UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
UNIDAD DE LABORATORIOS
LABORATORIO "A"
SECCIÓN DINÁMICA DE MÁQUINAS

Laboratorio Dinámica de Máquinas

Dinámica de máquinas MC-2414

Problemas para balanceo de rotores:

1._Balanceo en un plano por el método de los coeficientes de influencia:

Problema 1:

Un rotor plano se instala en un banco, debidamente instrumentado, para balancearlo dinámicamente:

- Una prueba inicial reporta una vibración (amplitud y fase) igual a **V_o = 8 mils** $\angle\underline{60°}$.
- Al colocar un contrapeso de prueba de **10 g·cm** en la posición angular de 90° en el rotor, se obtiene un vibración igual a **V_1 = 4 mils** $\angle\underline{120°}$. Se requiere determinar:

a). contrapeso correctivo y posición en el rotor para el equilibrado dinámico del rotor.
b). **Ya balanceado el rotor**, estime la **vibración resultante** (amplitud y fase) obtenida al colocar un contrapeso de prueba igual a **15 g·cm** en la **posición angular de 45°** en el rotor.

Solución:

a) Se debe determinar el coeficiente de influencia a partir de la vibración original, el contrapeso de prueba y la vibración medida al colocar dicho contrapeso .

$V1-Vo=\gamma*Dp$ $\qquad$ $\gamma=(V1-Vo)/Dp$ $\qquad$ $\gamma=0.6928 \angle\underline{-150°}$

Una vez calculado el coeficiente de influencia, podemos determinar el desbalance del sistema, pues conocemos la vibración V1

$V1=\gamma*D$ $\qquad$ $D=V1/\gamma$ $\qquad$ $D=5.77 \angle\underline{-90°}$

Conociendo el desbalance que presenta el sistema, podemos concluir que la masa correctiva necesaria para reducir la vibración presente, será de igual magnitud al desbalance, pero colocada a 180° del mismo:

$\boxed{Mcorrec=5.77 \angle\underline{90°}}$

b) La vibración resultante al colocar un contrapeso de prueba de 15 g.cm en una posición angular de 45° será:

$Vresult=\gamma*Dprueba$ $\qquad$ $\boxed{Vresult=10.24 \angle\underline{-105°}}$

Problema 2:

Se tiene un rotor flexible para el cual solo se cuenta con un único plano de corrección. El ingeniero de planta argumenta que el rotor se puede balancear con un solo plano de corrección debido a que el rango de velocidades de operación es pequeño [4000 – 5000 RPM] y, por lo tanto, el modo de vibración del rotor (y su desbalance asociado) variará muy poco. De esta forma se ha realizado el siguiente procedimiento para balancear el rotor:

1. Medición de las vibraciones asociadas a la velocidad mas alta de operación (5000 RPM)
   - Vibración original: 12 mils$\angle$115º
   - Vibración utilizando un contrapeso de prueba de 20 g·cm$\angle$0º: 20 mils$\angle$270º

2. Medición de las vibraciones asociadas a la velocidad mas baja de operación (4000 RPM)
   - Vibración original: 8 mils$\angle$135º
   - Vibración utilizando un contrapeso de prueba de 20 g·cm$\angle$0º: 15 mils$\angle$250º

Con la data obtenida el ingeniero de planta ha propuesto como solución para el desbalanceo del rotor utilizar el contrapeso correctivo promedio de los contrapesos de corrección requeridos para balancear del rotor a la velocidad de operación más alta y a la velocidad de operación más baja, respectivamente:

Estime las vibraciones residuales que se obtendrían para cada limites de velocidad de operación (4000 y 5000 RPM) al incorporar la solución propuesta (esto es colocar el contrapeso de corrección promedio).

Problema 3:

Para balancear un rotor que dispone de un plano de corrección, el cual cuenta con cuatro posiciones angulares (0º, 90º, 180º, 270º) para la colocación de contrapesos que deben ser **fijados de forma permanente**, a una misma distancia radial.

Realizando el procedimiento habitual, se registran los siguientes valores de vibración:

-Vibración Original: $\mathbf{V_o = 20\angle 150º}$ **mils** @ 8000 RPM

-Vibración con contrapeso de prueba **10$\angle$0º g** : $\mathbf{V_1 = 30\angle 200º}$ **mils** @ 8000 RPM

Se requiere:

a) Calcular contrapeso correctivo considerando las posiciones disponibles en el plano de corrección.
b) Si se dispone únicamente de contrapesos de **10 g**., **15 g**. y **20 g**.; determine una solución para implementar el resultado obtenido en (a).
c) Estimar si la solución propuesta en (b) es satisfactoria. Justifique su respuesta.

2._Balanceo en dos planos por el método de los coeficientes de influencia:

Problema 4:

Se requiere balancear una turbina de gas que pesa 100 Kg. y puede operar hasta una velocidad máxima de 15000 RPM. La turbina cuenta con dos planos de corrección y para el balanceo se han medido amplitud de vibración y fase, empleando dos contrapesos de prueba que, por razones de seguridad, deben ser fijados de **forma permanente**. Siguiendo el procedimiento habitual se han obtenido los siguientes resultados:

Prueba	Vibración en plano cercano	Vibración en plano lejano
Vibración original sin contrapesos	150 mils @ 150°	75 mils @ 45°
Vibración con contrapeso en **plano I** igual a **45 g·mm @ 0°** en el rotor	35 mils @ 315°	90 mils @ 120°
Vibración con contrapeso en plano I igual a **45 g·mm @ 0° y 45 g·mm @ 180°** en el rotor en el plano II**.**	80 mils @ 120°	35 mils @ 90°

Se pide:

(a) Estimar la magnitud y posición de **los contrapesos correctivos** que deben ser **colocados** en los respectivos planos de corrección.

(b) Si una vez colocados los contrapesos correctivos se obtienen las siguientes mediciones:

Vibración residual en plano cercano	25 mils @ 170°
Vibración residual en plano lejano	20 mils @ 90°

Estime las magnitudes de los desbalances residuales (en g·mm) en cada plano.

Solución:

a) Se calculan los coeficientes de influencia:

$\gamma_{c\alpha}=C_\alpha/m_{r\alpha}$ $\quad C_\alpha=C_1-Co=35|\underline{315^\circ} - 150|\underline{150^\circ} = 184|\underline{32.8^\circ}$ $\quad \gamma_{c\alpha}=184|\underline{32.8^\circ}/45|\underline{0^\circ}=4|\underline{32.8^\circ}$

$\gamma_{L\alpha}=L_\alpha/m_{r\alpha}$ $\quad L_\alpha=L_1-Lo=90|\underline{120^\circ} - 75|\underline{45^\circ} = 101|\underline{165.7^\circ}$ $\quad \gamma_{L\alpha}=101|\underline{165.7^\circ}/45|\underline{0^\circ}=2.25|\underline{165.7^\circ}$

$\gamma_{c\beta}=(C_{\alpha\beta}-\gamma_{c\alpha}*m_{r\alpha})/m_{r\beta}$ $\quad C_{\alpha\beta}=C_2-Co=80|\underline{120^\circ} - 150|\underline{150^\circ} = 90|\underline{-3.64^\circ}$

$\gamma_{c\beta}=(90|\underline{-3.64^\circ}-4|\underline{32.8^\circ}*45|\underline{0^\circ})/45|\underline{180^\circ}=2.53|\underline{-55.45^\circ}$

$\gamma_{L\beta}=(L_{\alpha\beta}-\gamma_{L\alpha}*m_{r\alpha})/m_{r\beta}$ $\quad L_{\alpha\beta}=L_2-Lo=35|\underline{90^\circ} - 75|\underline{45^\circ} = 56|\underline{-161.22^\circ}$

$\gamma_{L\beta}= (56|\underline{-161.22^\circ}-2.25|\underline{165.7^\circ}*45|\underline{0^\circ})/45|\underline{180^\circ}=1.38|\underline{136.34^\circ}$

Se tiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$Co+\gamma_{c\alpha}*(m_{r\alpha})_{correc}+\gamma_{c\beta}*(m_{r\beta})_{correc}=0$$
$$Lo+\gamma_{L\alpha}*(m_{r\alpha})_{correc}+\gamma_{L\beta}*(m_{r\beta})_{correc}=0$$

Resolviendo el sistema se obtienen las masas correctivas y su ubicación correspondiente:

$(m_{r\alpha})_{correc}=310.44|\underline{39.26^\circ}$

$(m_{r\beta})_{correc}=454.21|\underline{-113.67°}=454.21|\underline{246.33°}$

b) Se tiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\gamma_{c\alpha}*(m_{r\alpha})_{resid}+\gamma_{c\beta}*(m_{r\beta})_{resid}=C_{resid}$$
$$\gamma_{L\alpha}*(m_{r\alpha})_{resid}+\gamma_{L\beta}*(m_{r\beta})_{resid}=L_{resid}$$

Resolviendo se obtienen los desbalances correspondientes:

$(m_{r\alpha})_{resid}=89.9|\underline{-123.3°}=89.9|\underline{236.7°}$
$(m_{r\beta})_{resid}=136.85|\underline{81.63°}$

Problema 5:

Para balancear un rotor de una turbina, que se sabe que se comporta como un rotor rígido en el rango de operaciones, se dispone de dos planos de corrección. Siguiendo el procedimiento habitual el técnico de mantenimiento realiza las respectivas mediciones de vibración en los cojinetes, reportando los siguientes valores:

Prueba	Plano (1)	Plano (2)	Medición en C	Medición en L
0	-------	-------	20 mils∠150º	35 mils∠300º
1	1 g·cm∠45º	--------	55 mils∠230º	45 mils∠150º
2		1 g·cm∠45º	30 mils∠120º	40 mils∠240º

Después de calculadas los respectivos contrapesos correctivos e instalados en el rotor se realiza una corrida de verificación y se obtienen los siguientes valores:

Medición en C	Medición en L
16.2 mils∠81.7º	37.8 mils∠186.6º

Luego de comparar los valores obtenidos con los márgenes de vibración especificados por el fabricante se ha determinado que el balanceo no ha sido satisfactorio, razón por la cual el técnico decide consultar con el ingeniero de planta.

El ingeniero de planta sospecha que el técnico ha olvidado retirar el segundo contrapeso de prueba empleado durante el balanceo del rotor. Se requiere:

a. Verificar que la sospecha del ingeniero de planta es correcta
b. Proponer una solución para el balanceo de la turbina. Explique.

Solución:

a) En primer lugar se deben calcular los coeficientes de influencia de cada masa de prueba en ambos planos (cercano y lejano):

Si la suposición es correcta, $Co+\gamma_{c\alpha}*(m_{r\alpha})_{correc}+\gamma_{c\beta}*(m_{r\beta})_{correc}+C_{\alpha}=0$ y $C'=C_{\beta}$ $L'=L_{\beta}$
$Lo+\gamma_{L\alpha}*(m_{r\alpha})_{correc}+\gamma_{L\beta}*(m_{r\beta})_{correc}+L_{\alpha}=0$

Entonces, calculamos C_{β} y L_{β} :
$C_{\beta}=C_2-Co=30|\underline{120°}-20|\underline{150°}=16.2|\underline{81.74°}$ $C'=C_{\beta}$
$L_{\beta}=L_2-Lo=40|\underline{240°}-35|\underline{300°}=37.8|\underline{186.6°}$ $L'=L_{\beta}$

La suposición es correcta, el técnico no retiró el contrapeso de prueba colocado en el plano 2

Problema 6:

Un rotor se somete a un proceso de balanceo empleando un banco para tal fin. Todas las pruebas se realizan a una velocidad de 850 rpm. Las mediciones obtenidas se muestran en la siguiente tabla, señalando la ubicación de las masas de prueba, en el plano respectivo, para cada medición efectuada:

MASA - PLANO CERCANO	MASA - PLANO LEJANO	VIB. - APOYO CERCANO	VIB. - APOYO LEJANO
————	————	11mils @ 213°	15 mils @ 77°
15 g·cm. @ 90°	15 g·cm. @ 90°	31 mils @ 334°	25 mils @ 257°
————	15 g·cm. @ 90°	10 mils @ 147°	15 mils @ 337°

Determine:

a) Las masas correctivas y su posición angular en cada plano para el balanceo del rotor.

b) Si solo se tienen masas de (5g, 7.5g, 10g, 12.5g, 15g) proponga la mejor solución para lograr el balanceo, y calcule el porcentaje de reducción de vibración.

Problema 7:

Suponga que para el balanceo de un rotor rígido en dos planos se realiza el procedimiento habitual, que a continuación se describe en la siguiente tabla:

***Todas las medidas a la misma velocidad de operación.**
****vibración medida en amplitud y fase.**

Medición	contrapeso de prueba (**plano I**)	contrapeso de prueba (**plano II**)	vibración **plano I**	vibración **plano II**
1	————	————	$\vec{C}_o$	$\vec{L}_o$
2	$\vec{W}_I$	————	$\vec{C}_1$	$\vec{L}_1$
3	————	$\vec{W}_{II}$	$\vec{C}_2$	$\vec{L}_2$

A partir de la data anterior se determinan los contrapesos requeridos para balancear el rotor. Una vez balanceado el rotor se agregan, simultáneamente, dos contrapesos $\vec{\mathbf{p}}_I$ y $\vec{\mathbf{p}}_{II}$ en los planos I y II, respectivamente. Determine las expresiones que permiten estimar las vibraciones medidas en los planos I y II, a la misma velocidad de operación, luego de colocar los señalados contrapesos.

Problema 8:

En la figura se ilustra un rotor de 10 Kg. de un motor eléctrico que debe ser balanceado utilizando dos planos de corrección, tal como se indica. Para balancear el rotor solo puede retirarse material en los respectivos planos. De esta forma el procedimiento realizado corresponde al ilustrado en la tabla.

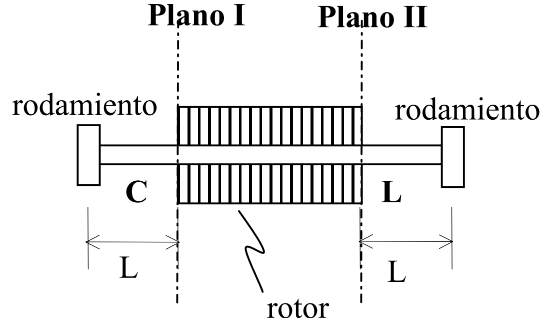


Figura 1.

Ensayo	Cantidad de material **retirado**	Vibración en C (mils)	Vibración en L (mils)
0	-------------------------	$20\angle 150^{\circ}$	$35\angle 300^{\circ}$
1	100 g·cm eliminados en 0 º **plano I**	$30\angle 250^{\circ}$	$15\angle 60^{\circ}$
2	100 g·cm eliminados en 180 º **plano II**	$25\angle 65^{\circ}$	$35\angle 100^{\circ}$

(*) Todas las medidas realizadas a la velocidad de operación **Ω = 2000 RPM**.

Determine:

- La cantidad de material y la posición donde debe retirarse en cada plano para balancear el rotor
- Si al implementar la solución y operar el rotor a la velocidad de 2000 RPM se obtiene una disminución de un 80% con respecto a los valores originales de vibración, estime si la solución es satisfactoria de acuerdo a la **NORMA ISO 1940.** Considere el rotor como grado G 6,3 según norma.

Problema 9:

Un ventilador cuenta con tres aspas (0º, 120º y 240º) y debe ser balanceado utilizando un banco de ensayo para balanceo de rotores. Se ha realizado el procedimiento habitual, obteniendo los valores que se indican en la siguiente tabla:

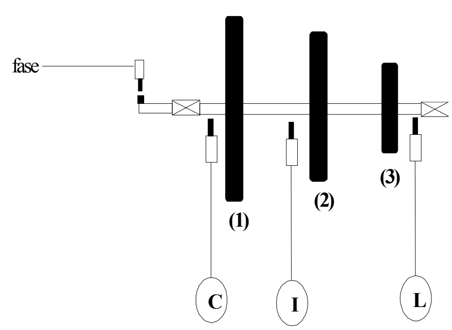
Ensayo	Vibración Medida	Contrapeso de prueba empleado	Posición del contrapeso en el rotor
0	0.7***g***	--------------------------	-----------------------
1	1.05***g***	10 g·cm	0º
2	0.85***g***	10 g·cm	120º
3	1.78***g***	10 g·cm	240º

(*) ***g*** = aceleración de gravedad local
(**) Todas las medidas realizadas a la velocidad de operación **ω = 2000 RPM**.

Determine:
a.- Una solución práctica al problema de desbalanceo del ventilador considerando que solo puede agregar contrapesos iguales de 10 g·cm. Justifique su respuesta.
b.- Si en lugar de agregar masa, **solo puede retirar material** del ventilador sugiera una solución que pueda implementarse para compensar el desbalanceo del ventilador a la velocidad de operación.

Problema 10:

La figura muestra un rotor rígido que posee **tres planos** para alojar contrapesos de pruebas. Se han ejecutado una serie de mediciones de vibración (amplitud y fase) para el balanceo del sistema, las cuales se indican en la tabla anexa.



Utilizando el método de los coeficientes de influencia determine:
- Diagramas fasoriales de vibración asociados a cada prueba
- Expresiones generales para obtener **3 masas correctivas** colocadas de forma simultánea, cada una en los tres planos de corrección disponibles.

Prueba	Plano (1)	Plano (2)	Plano (3)	Medición en C	Medición en I	Medición en L
0	———	———	———	$\vec{C}_o$	$\vec{I}_o$	$\vec{L}_o$
1	$\vec{W}_p$	———	———	$\vec{C}_1$	$\vec{I}_1$	$\vec{L}_1$
2	———	$\vec{W}_p$	———	$\vec{C}_2$	$\vec{I}_2$	$\vec{L}_2$
3	———	———	$\vec{W}_p$	$\vec{C}_3$	$\vec{I}_3$	$\vec{L}_3$

3._Balanceo en un plano por el método de las 4 corridas:

Problema 11:

Para balancear un disco delgado de acero se realiza un conjunto de pruebas en un banco de ensayo. En una prueba inicial se reporta una amplitud de vibración igual a **Vo =7.8 mils**, cuando el rotor gira a 3500 rpm. Se ha decidido balancear el rotor ejecutando el procedimiento habitual, empleando un contrapeso de prueba igual a **10 g · cm**. Las mediciones obtenidas a 3500 rpm corresponden a:

POSICIÓN ANGULAR EN EL ROTOR	AMPLITUD DE VIBRACIÓN
0°	5.3 mils.
120	11.5 mils
240°	16.9 mils

A partir de las mediciones obtenidas se requiere:

a. estimar la posición del desbalance del disco.
b. contrapeso correctivo para balanceo del disco (magnitud y posición en el rotor).
c. estimar el desbalance residual si se utiliza el contrapeso de prueba (10 g · cm.) como contrapeso de corrección.

Problema 12:

Un ventilador de 5 aspas (0°, 72°, 144°, 216°, 288°) presenta una vibración original de **15 mils** cuando rota a su velocidad de operación. Para balancear dicho ventilador se dispone de un contrapeso de prueba de **10 g cm** y se realiza el procedimiento habitual, reportando las siguientes mediciones:

- Al colocar el contrapeso en **0°**, en el rotor, se obtiene **V_1 = 26 mils**.
- Al colocar el mismo contrapeso en **144°**, en el rotor , resulta **V_2 = 17.4 mils**.
- Al colocar el mismo contrapeso en **288°**, en el rotor, se mide **V_3=36 mils**.

Se requiere determinar:

1. Masa que debe **retirarse** para balancear el rotor, asumiendo que es posible retirar masa en cualquier posición angular.
2. Dado que sólo es posible balancear el rotor utilizando las posiciones angulares: 0°, 72°, 144°, 216° y 288°, estime el o los contrapesos de corrección necesarios, si se decide balancear al rotor **agregando** masa.

Problema 13:

Para balancear un rotor plano el técnico de planta realiza el siguiente procedimiento:

- Se detecta la amplitud de vibración original igual a **Vo= 7.5 mils**.
- Se coloca un contrapeso de **10 g cm** en la posición de 0°y se mide **V_1 = 11 mils**.
- El mismo contrapeso se coloca en 120° y se registra una amplitud de vibración igual a **V_2 = 7 mils**
- Para la cuarta medición requerida, por error, se utiliza un contrapeso igual **5 g cm**, **en lugar del contrapeso original** en la posición de 240°, obteniendo **V_3 = 12.3 mils.**

Todas las medidas se ejecutan a la misma velocidad de operación.

Determine:

a) Si las mediciones obtenidas por el técnico pueden utilizarse para estimar el contrapeso correctivo que debe agregarse.

b) En caso afirmativo estime la magnitud y posición de dicho contrapeso, en caso contrario justifique porque considera que las medidas no pueden emplearse para balancear el rotor.

Problema 14:

Se requiere balancear el rotor de una hélice de tres aspas (0°,120° y 240°). No se dispone de un sistema de medición de fase, haciendo girar el rotor siempre a la misma velocidad se obtienen las siguientes mediciones:

1) La amplitud de vibración original corresponde a **8 mils**.
2) Al colocar un contrapeso de 20 g·cm en la posición de 0º en el rotor la vibración registrada es de **6 mils**.
3) Al colocar el mismo contrapeso en 120° se miden **9 mils**.
4) Al colocar el mismo contrapeso en 240° resulta un amplitud de **15 mils**.

Se pide:

a) Solución para balancear el rotor **agregando** masa.

b) Solución para balancear el rotor **retirando** masa.

Problema 15:

Se requiere balancear una propela de 5 aspas (0°, 72°, 144°, 216°, 288°)**,** cuya velocidad de operación es de 1800 RPM. Luego de medir una amplitud de vibración original de **15 mils**, a 1800 RPM, se utiliza un contrapeso de prueba de **10 g·cm**. y ejecutando el procedimiento típico resultan las siguientes mediciones:

POSICIÓN ANGULAR EN LA PROPELA	AMPLITUD DE VIBRACIÓN
0°	**26 mils.**
144	**17.4 mils.**
288°	**36 mils.**

**Todas las medidas a la velocidad de operación.*

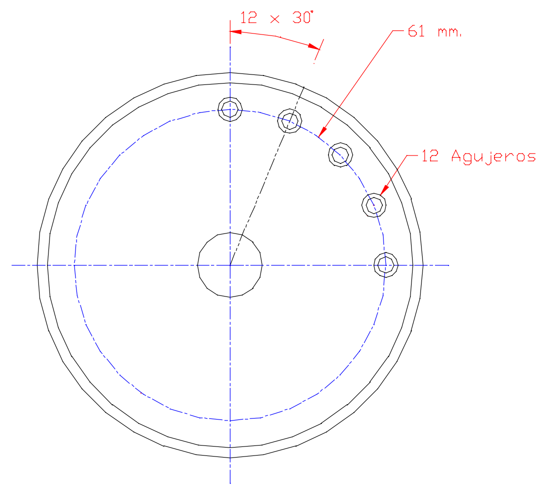
Se pide:
a. Asumiendo que es posible colocar un contrapeso en cualquier posición angular, determine el contrapeso de corrección y la posición angular en la que debe **agregarse** para balancear el rotor.

b. Teniendo en cuenta que solo se puede retirar o agregar masa en las posiciones angulares: 0°, 72°, 144°, 216°, 288°, halle una solución para agregar el o los contrapesos de corrección necesarios para balancear el rotor.

c. Determine una solución para balancear el rotor si solo es posible **retirar** masa en las posiciones angulares mencionadas en la pregunta anterior.

Problema 16

El rotor ilustrado corresponde a un disco de acero que presenta 12 orificios, equiespaciados 30°, para alojar masas de prueba, tal como se muestra. Dicho disco pertenece a un banco de ensayo para balanceo, y durante una prueba inicial se registra una amplitud de vibración **Vo =7 mils**, cuando el rotor gira a 2000 rpm. Se ha decidido balancear el rotor ejecutando el procedimiento habitual, empleando una masa de prueba igual a **10 gramos**. Las mediciones obtenidas a 2000 rpm son:



POSICIÓN ANGULAR EN EL ROTOR	AMPLITUD DE VIB
0°	9.5 mils.
150	6 mils
300°	7.7 mils

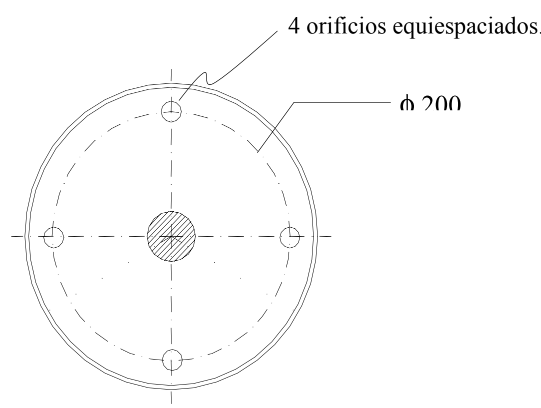
Determine una posible solución para balancear el rotor, agregando 2 masas correctivas y utilizando los orificios del disco para tal fin.

Especifique las masas requeridas y sus posiciones en el rotor respectivamente.

Suponga que solo puede emplear una sola masa para balancear el rotor, igual 10 gramos, utilizando alguno de los orificios del disco, calcule la posición angular en el rotor tal que permita obtener la mínima amplitud de vibración remanente. Estime el valor de dicha amplitud remanente.

Problema 17:

Se requiere balancear el volante de inercia mostrado en la figura que pesa 10 Kg. Se ha utilizado el siguiente procedimiento:
-Se midió la amplitud de vibración original, registrando un valor de **6.5 mils.**
- Al colocar un perno de **10 g**. en la posición **0° del rotor**, se obtuvo una vibración igual a **5 mils**.
- **El mismo contrapeso** se retira de dicha posición y se coloca en **90°**, obteniendo una vibración resultante de **13.1 mils**.
- Finalmente, dicho contrapeso se colocó en la posición de **180°** en el rotor, midiendo una amplitud igual a **13.8 mils**.
Todas las medidas fueron obtenidas a la misma velocidad de rotación.



Utilizando los datos indicados anteriormente se pide:

(a) Determinar el contrapeso (en **g·mm**) correctivo que debe agregarse al rotor.

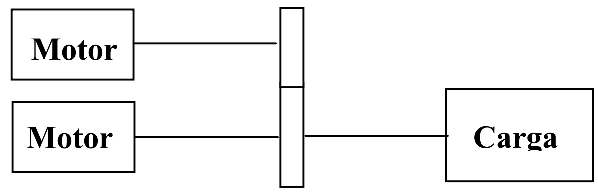
(b) Sugiera una solución práctica, considerando que solo puede agregar masa en los 4 agujeros señalados en la figura, esto es en las posiciones: 0°,90°, 180° y 270°.

(c) Considere que dispone únicamente de contrapesos iguales a **10 g.**, **15 g.** y **20 g.** Determine el (los) contrapeso(s) más apropiado(s) para que la vibración resultante sea mínima, contemplando además que solo **puede ubicar dichos contrapesos en alguna de la 4 posiciones antes indicadas**. **Estime el valor de la amplitud de vibración residual** que resultaría al implementar la solución sugerida por usted.

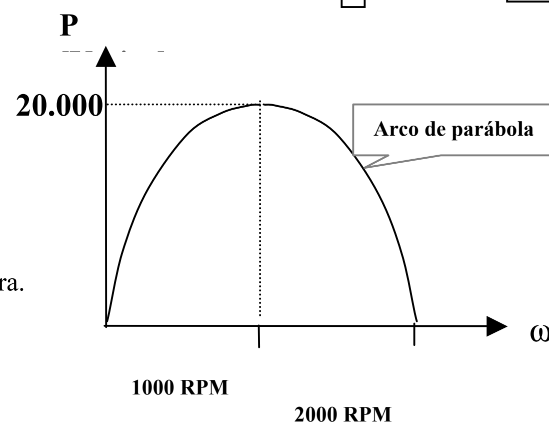
Problemas para sistemas mecánicos rotativos:

1._**Régimen de operación y tiempo de arranque**:

Problema 1:



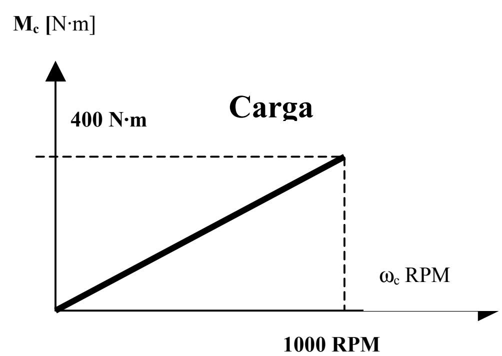
En la figura se muestra un accionamiento mecánico constituido por dos motores eléctricos y una carga, acoplados en la forma sugerida.
La transmisión tiene una eficiencia del 90 % y la correspondiente relación de transmisión es de 0,5.
Motor 1:
Curva de potencia (ver figura)
Momento de inercia del eje motor 1: I_{m1} = 5 Kg.·m^2



Motor 2:
Este motor entrega un par constante, igual a 100 N·m
Momento de inercia del motor 2: I_{m2} =3 Kg.·m^2

Carga:
Esta máquina demanda un par lineal, tal como sugiere la figura.
Momento de inercia de la carga: I_c =8 Kg.·m^2

1. Encuentre el punto de trabajo del sistema.
2. Calcule la potencia requerida por la carga en la condición de régimen.
3. Suponga que hay una interrupción de la energía eléctrica. Determine el tiempo que requiere la carga para detenerse.



$$\int \frac{dw}{a+bw} = \frac{1}{b}\ln(a+bw)$$

Solución:

De las gráficas se obtienen las funciones para momento del motor 1, del motor 2 y de la carga:

Momento del motor 1 $\quad Mm1(\omega m1) = 1.824(209.43 - \omega)\ N\cdot m \quad$ con ω en rad/seg

Momento de la carga $\quad Mc(\omega c) = 3.82\cdot \omega c \quad$ con ω en rad/seg

Momento del motor 2 $\quad Mm2(\omega m2) = 100 N\cdot m \quad$ con ω en rad/seg

Al reducir el sistema al eje de la carga se obtiene la siguiente expresión:

$$Mm2 + \frac{\eta}{n}\cdot Mm1 - Mc = Ieq\cdot\frac{d}{dt}\omega c \qquad \omega m1 = \frac{\omega c}{n}$$

En condición de operación, el eje de la carga gira a una velocidad angular $\omega c = cte$, por lo cual

$$\frac{d}{dt}\omega c = 0$$

La expresión anterior queda de la siguiente forma: $Mm2 + \frac{\eta}{n}\cdot Mm1 - Mc = 0$

Despejando el valor de ωc tenemos: $\omega c = 75.83\,\frac{rad}{s}$

Luego el momento de la carga será: $Mc(\omega op) = 289.67\,N\cdot m$ $\quad Mc = 289.67\,N\cdot m$

La potencia requerida por la carga es: $Pc = Mc\cdot\omega op$ $\quad Pc = 21.97\,kW$

El momento neto equivalente será: $Mnetoeq(\omega c) = -Mc(\omega c)$ $\quad Ieq = 29\,kg\cdot m^2$

La inercia equivalente del sistema $\quad Ieq = Im2 + Ic + \frac{\eta}{n^2}\cdot Im1$

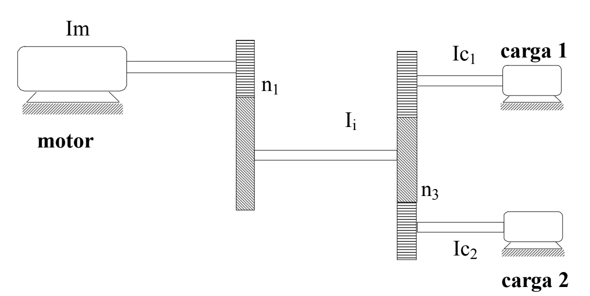
El tiempo que le toma al sistema detenerse luego de la interrupción de la energía eléctrica:

$$Te = Ieq\cdot\int_{\omega op}^{0.05\cdot\omega op}\frac{1}{Mnetoeq(\omega c)}\,d\omega c \qquad Te = 22.74\,s$$

Problema 2:

El sistema ilustrado se encuentra inicialmente en reposo. Estime:

a) el tiempo que le toma al sistema alcanzar su condición de operación.
b) Estando el sistema en régimen, la carga 1 es desacoplada. En esta condición, calcule la nueva velocidad de régimen del motor.
c) Si se apaga el motor, determine el tiempo que le toma detenerse al sistema.



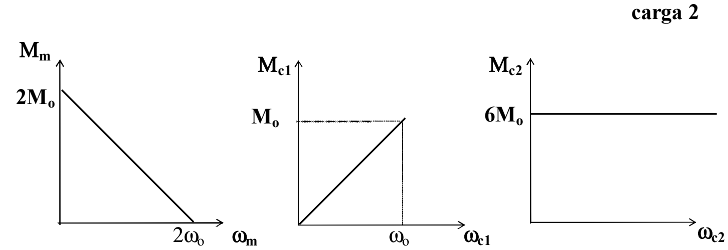
Datos

$\mathbf{n_1} = ½$ $\quad \mathbf{n_3} = \mathbf{n_2} = 1/3$

$\boldsymbol{\omega_o} = 5000$ rpm. $\quad \mathbf{M_o} = 10$ N·m.

$\mathbf{I_m} = 0.1$ Kg·m^2 $\quad \mathbf{I_i} = 0.1$ Kg·m^2

$\mathbf{Ic_1} = 0.3$ Kg·m^2 $\quad \mathbf{Ic_2} = 0.3$ Kg·m^2



Motor Carga 1 Carga 2

SOLUCIÓN:

De las gráficas se obtienen las funciones para momento del motor y de las cargas 1 y 2:

Momento del motor $$Mm(\omega m) := \left(2\cdot Mo - \frac{Mo}{\omega o}\omega m\right)$$

Momento de la carga 1 $$Mc1(\omega c1) := \frac{Mo}{\omega o}\cdot \omega c1$$

Momento de la carga 2 $$Mc2(\omega c2) := 6\cdot Mo$$

Al reducir el sistema al eje intermedio se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{\eta}{n1}\cdot Mm\left(\frac{\omega i}{n1}\right) - \frac{n2}{\eta}\cdot Mc1(n2\cdot \omega i) - \frac{n3}{\eta}\cdot Mc2(n3\cdot \omega i) = Ieq\cdot \frac{d}{dt}\omega i$$

En condición de operación, el eje intermedio gira a una velocidad angular $\omega i = cte$, por lo cual $\frac{d}{dt}\omega i = 0$

La expresión anterior queda de la siguiente forma: $$\frac{\eta}{n1}\cdot Mm\left(\frac{\omega i}{n1}\right) - \frac{n2}{\eta}\cdot Mc1(n2\cdot \omega i) - \frac{n3}{\eta}\cdot Mc2(n3\cdot \omega i) = 0$$

Despejando el valor de $\omega\iota$ tenemos: $$\omega i = 193.75\frac{rad}{s}$$

La inercia equivalente del sistema $$Ieq := \frac{\eta}{n1^2}\cdot Im + Ii + \frac{n2^2}{\eta}\cdot Ic1 + \frac{n3^2}{\eta}\cdot Ic2 \qquad Ieq = 0.534\,kg\cdot m^2$$

El tiempo que le toma al sistema alcanzar su condición de operación

$$Te := Ieq\cdot \int_0^{0.95\cdot \omega i} \frac{1}{\frac{\eta}{n1}\cdot Mm\left(\frac{\omega i}{n1}\right) - \frac{n2}{\eta}\cdot Mc1(n2\cdot \omega i) - \frac{n3}{\eta}\cdot Mc2(n3\cdot \omega i)}\,d\omega i \qquad Te = 22.5s$$

Al desacoplar la carga 2 del sistema, la nueva velocidad de régimen se obtiene de la siguiente expresión:

$$\frac{\eta}{n1}\cdot Mm\left(\frac{\omega i}{n1}\right) - \frac{n2}{\eta}\cdot Mc1(n2\cdot \omega i) = 0 \qquad \omega i = 506.24\frac{rad}{s}$$

Luego el tiempo que le toma al sistema detenerse (con la carga 2 desacoplada) será:

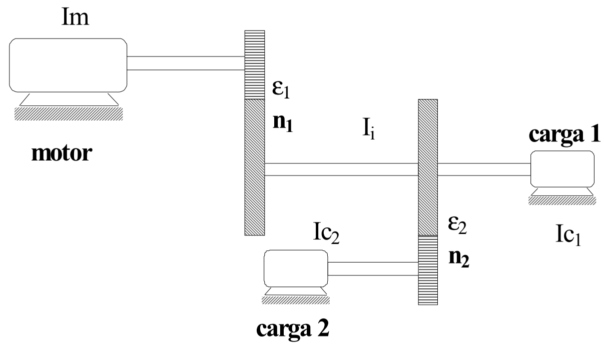
$$Ieq := \frac{\eta}{n1^2}\cdot Im + Ii + \frac{n2^2}{\eta}\cdot Ic1$$

$$Ieq = 0.497\,kg\cdot m^2$$

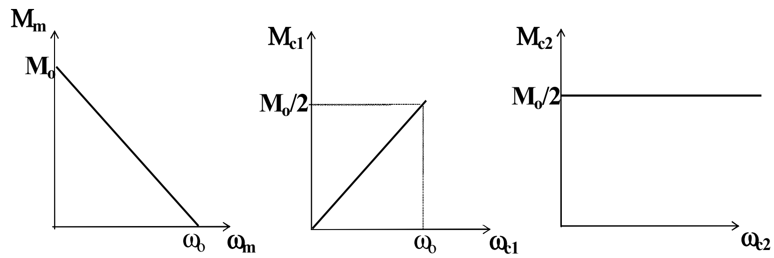
$$Td := 0.497\cdot \int_{\omega id}^{0.05\cdot \omega id} -\frac{1}{\frac{n2}{\eta}\cdot Mc1(n2\cdot \omega id)}\,d\omega id$$

$$Td = 631.45s$$

Problema 3:



El sistema ilustrado se encuentra inicialmente en reposo. Se requiere determinar el tiempo necesario para que el sistema alcance un 95 % de su velocidad de régimen.
Estando el sistema en régimen se desacopla la carga 2 mediante un mecanismo no ilustrado en la figura. Calcule la nueva velocidad de régimen del motor luego que la carga 2 es desacoplada, y también el tiempo de establecimiento de la nueva configuración del sistema.

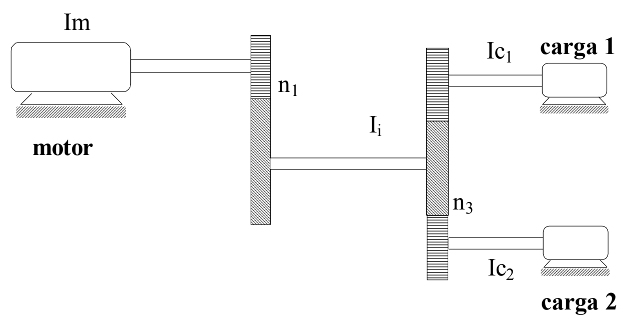


Motor Carga 1 Carga 2

Datos
ε = 0.9, n_1 = ½, n_2 = 1/3
ω_o = 4500 rpm.
M_o = 10 N·m.
I_m = 0.2 Kg·m^2
I_i = 0.1 Kg·m^2
Ic_1 =0.3 Kg·m^2
Ic_2 = 0.25 Kg·m^2

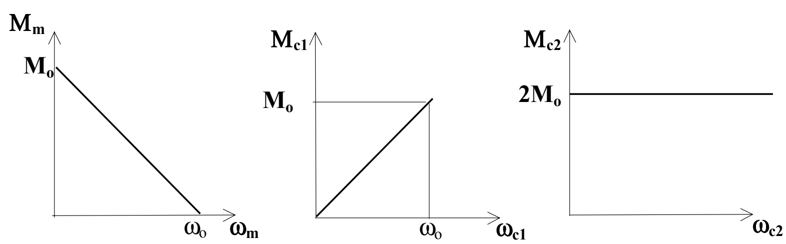
Problema 4:

En la figura se muestra un motor eléctrico que acciona dos cargas mediante una caja reductora ideal. Se requiere determinar:



a) El tiempo que le toma al sistema en alcanzar la velocidad de régimen (condiciones iniciales nulas).

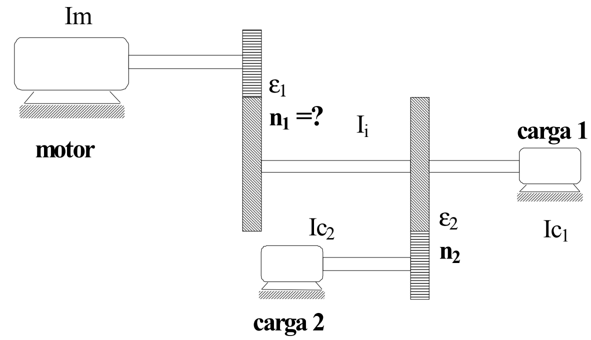
b) Si el sistema se encuentra en condición de operación cuando repentinamente sucede una falla eléctrica que provoca que el motor se apague por un lapso de 5 segundos, estime el tiempo que le tomaría al sistema en alcanzar nuevamente su condición de régimen.



Motor Carga 1 Carga 2

Datos
n_1 = n_2=1/2 **n_3** = 1/3
ω_o = 2000 rpm. **M_o** = 100 N·m
I_o= 1 Kg·m^2 **I_m** = I_o
I_i = I_o **Ic_1** =2 I_o
Ic_2 = 4 I_o

Problema 5:



En el sistema ilustrado, el eje solidario a la carga 1 debe operar en condición de régimen a una velocidad de 880 RPM. Sabiendo que las transmisiones n_1 y n_2, son reductoras, estime el valor de n1 requerido para que el sistema opere en la condición de régimen indicada. Determine también el tiempo empleado por el sistema para alcanzar 98 % de la velocidad de régimen. Considere que el sistema inicialmente está en reposo.

Datos

ε_1=ε_2=0.9,

n_2 = 1/3,

ω_o = 3000 rpm.

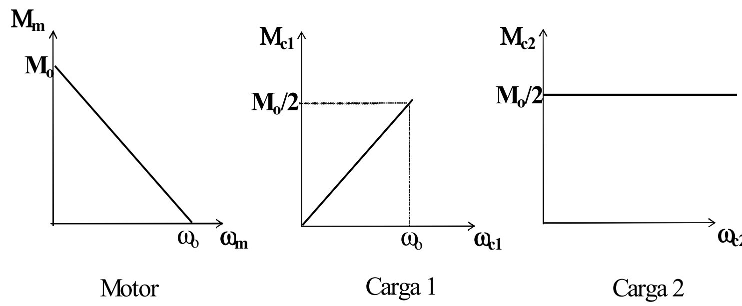
M_o = 20 N·m.

I_m = 0.5 Kg·m^2

I_i = 1 Kg·m^2

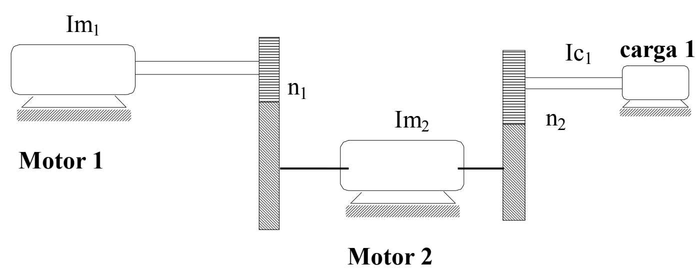
Ic_1 =1 Kg·m^2

Ic_2 = 1 Kg·m^2



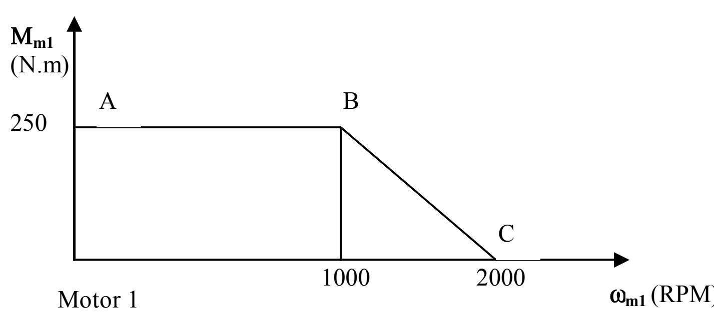
Problema 6:

En la figura se ilustra un sistema constituido por dos motores que accionan una carga a través de sendas transmisiones. Una vez alcanzada la condición de régimen del sistema, se conoce que la carga 1 requiere una potencia de 15 HP, mientras que el motor 2 entrega una potencia de 7 HP, ambas potencias referidas a los ejes de cada máquina. Se conoce la curva característica del motor 1. Determine la potencia que entrega el motor 1 y calcule su velocidad de operación.



Nota:

- Tramo AB inestable, para fases de arranque y parada
- Tramo BC estable, para el funcionamiento sostenido del sistema.



Datos

ε=0.9

n_1 = 1/2

n_2=1/3

I_{m1} = 1 Kg·m^2

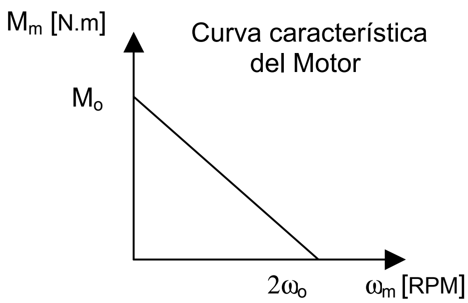
Ic_1 =2 Kg·m^2

Im_2 = 1 Kg·m^2

Problema 7:

El sistema mostrado en la figura está conformado por **un motor eléctrico**, **una transmisión** y **una polea** sobre la cual se arrolla una guaya. El dispositivo se utiliza para accionar un bloque que **debe deslizar** sobre una superficie rugosa. Considerando **roce seco** entre la superficie y el bloque, y que **la guaya no desliza sobre la polea**, se requiere determinar:

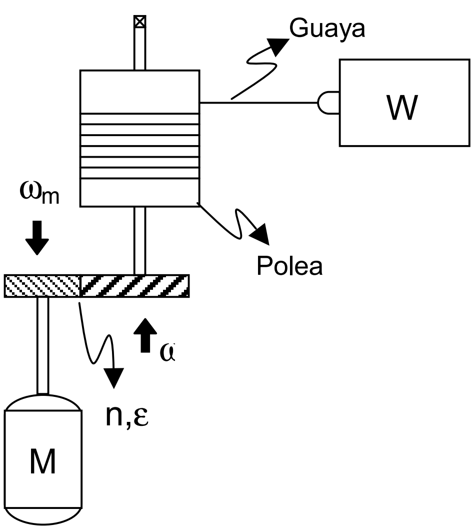
a) Velocidad en condición de operación (en m/s) en la cual se desplaza el bloque.
b) Si el sistema parte del reposo estime el tiempo que le toma al sistema en alcanzar su condición de régimen.
c) Estima el mínimo valor de μ que **no permitirá** el desplazamiento del bloque mediante el accionamiento propuesto.

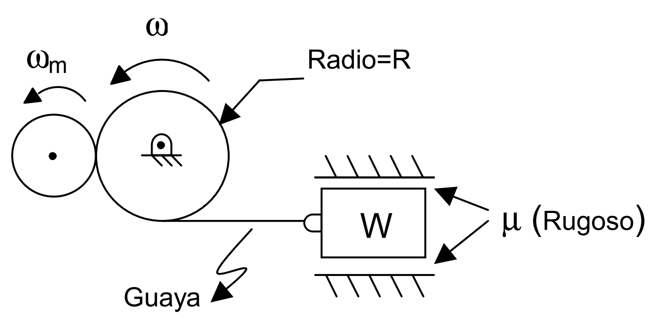


Datos:

Mo= 30 N.m	Im= 2 Kg.m2
wo= 1000 RPM	Ip= 6 Kg.m2
ε= 0.9	Ic= 2 Kg.m2
R=0.1 m	W=1000 N
n=1/3	μ=0.3

Vista en planta

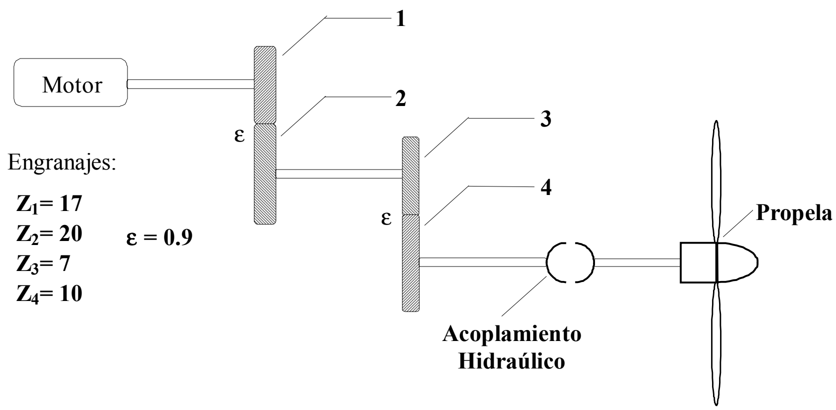




2._**Acoplamientos hidráulicos y convertidores de par**:

Problema 8:

El sistema ilustrado en la figura está conformado por un motor, un tren de engranajes, un acoplamiento hidráulico y una propela. El tren de engranajes consta de 4 ruedas dentadas. En la figura se denota por Z el número de dientes de cada rueda mientras que ε corresponde a la eficiencia de los pares de engranajes.



Del motor y la propela se conocen las curvas características, que referidas a las velocidades de sus ejes respectivos corresponden a las siguientes expresiones:

- **Motor:**

$M_m(\omega_m) = 1101.852 - 2.123 \cdot 10^{-5} \cdot \omega_m^{\,2}$ (M_m = [N·m] ,ω_m = [RPM]), para ω_m variando entre 0 y 6800 RPM.

- **Propela:**

$M_c(\omega_c) = 10^{-4} \cdot \omega_c^{\,2}$ (M_c = [N·m] ,ω_c = [RPM]), para ω_c variando entre 0 y 3000 RPM.

A partir de los datos que caracterizan al acoplamiento hidráulico determine:

a. La velocidad de operación para el eje asociado a la propela.

b. Rendimiento y eficiencia del acoplamiento hidráulico.

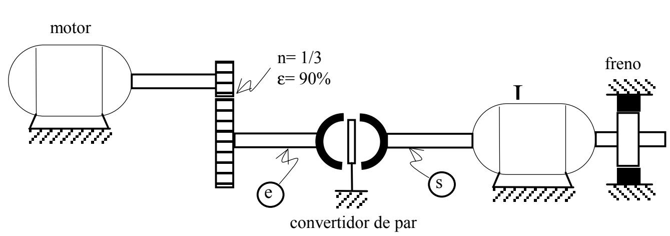
Datos del acoplamiento hidráulico se conoce lo siguiente:

ωe=2000 RPM

δ	1	0.5	0.2	0.1	0.06	0.04	0.02
M [N.m]	87	62	39	37	19	15	9

Problema 9:

Un **motor** debe accionar una **carga** mediante un sistema de de transmisión formado por un **reductor** y un **convertidor de par**, tal como se ilustra en la figura anexa.



Del motor y la carga se conocen las curvas características, que han sido obtenidas por ajuste experimental y corresponden a las siguientes:

Motor:

$M_m(\omega_m) = -1.5 \cdot 10^{-5}\,\omega_m^{\,2} + 300$, **M_m en [N·m] para $\omega_m \in$ [0,4500] RPM**

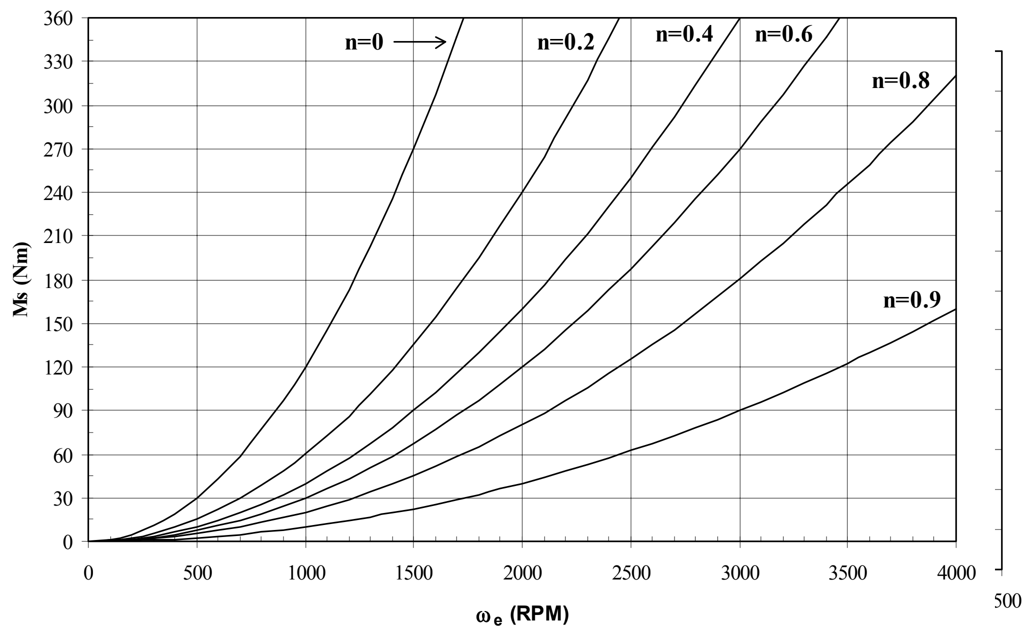
Carga:

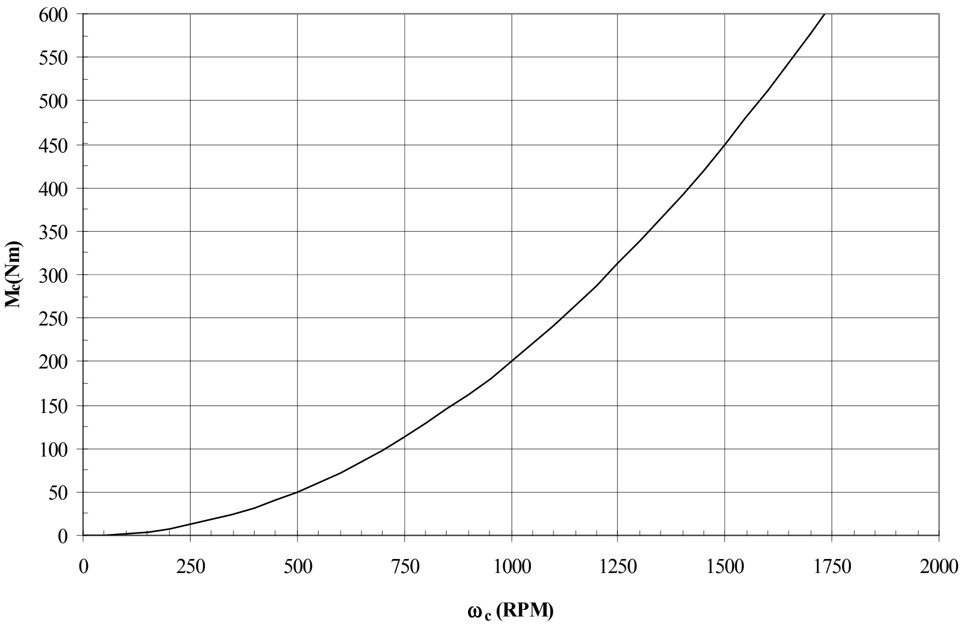
$M_c(\omega_c) = \frac{4}{3}\omega_c$, **$M_c$ en [N·m] para $\omega_c \in$ [0,1000] RPM**

Para el convertidor, las curvas características se suministran de forma gráfica en la hoja anexa.

Se requiere determinar:

1. Potencia suministrada por el motor , en KW y **referida a su propio eje**, cuando el sistema opera en régimen estacionario (**sin freno aplicado**).
2. **El sistema se encuentra operando en régimen cuando se aplica un par frenante,** constante e igual a **M_f = 500 N·m,** en el eje solidario a la carga. **Determine si el eje de la carga se detiene. Jusifique su respuesta**.
3. Estime **el mínimo valor del par frenante M_f** que detendrá de forma instantánea el eje solidario a la carga. **Justifique su respuesta.**

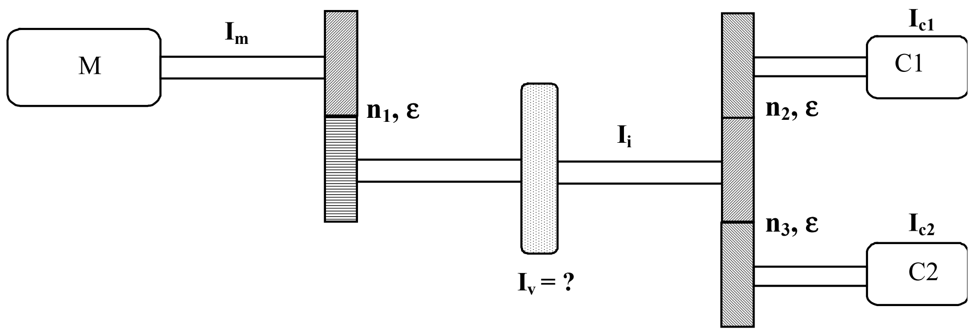




600
550
500
450
400
350
300
250
200
150
100
50
0
Mc(Nm)
0
250
500
750
1000
1250
1500
1750
2000
ωc (RPM)

3._**Volantes de inercia**:

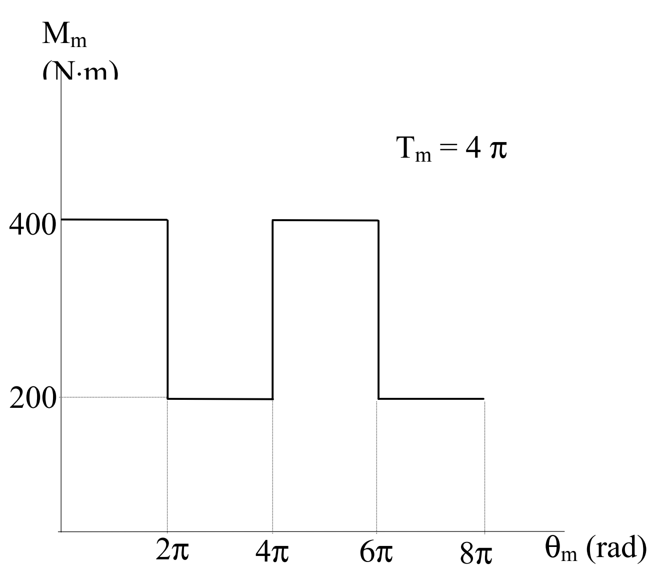
Problema 10

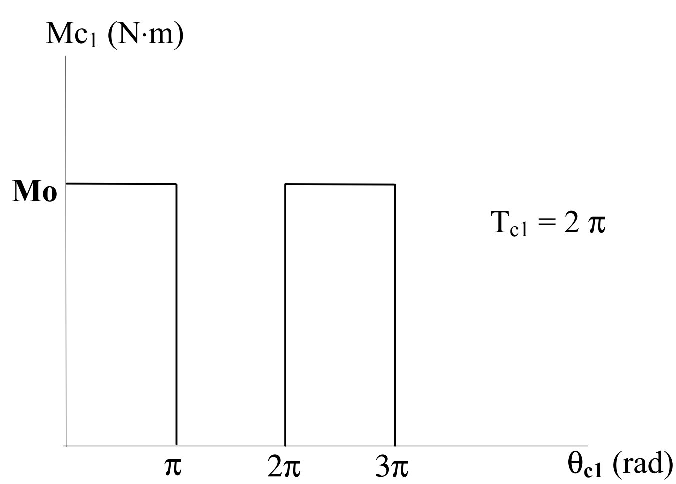


El sistema mostrado en la figura opera en régimen periódico y está conformado por un motor (M), dos cargas (C1 y C2) y un volante de inercia (I_v) solidario a un eje intermedio. Se desea determinar:

a. Magnitud de Mo (N·m)
b. Inercia del volante (I_v) requerida para que el motor opere con un velocidad media de $\varpi = 2500$ RPM y con un coeficiente de fluctuación de velocidades C_f = 2%.
Las curvas características de cada máquina (motor, carga 1 y carga 2) están referidas a los ejes en los cuales se encuentra cada una.

Datos:
- Eficiencia para todos los pares de engranajes: $\varepsilon = 0.8$
- Relaciones de transmisión:
  - $n_1 = 1/2$
  - $n_2 = 1/4$
  - $n_3 = 1/3$
- inercia del motor: $\mathbf{I_m = 1\ Kg{\cdot}m^2}$
- inercia del eje intermedio: $\mathbf{I_i = 0.5\ Kg{\cdot}m^2}$
- inercia de carga 1: $\mathbf{Ic_1 = 2\ Kg{\cdot}m^2}$
- inercia de carga 2: $\mathbf{Ic_2 = 3\ Kg{\cdot}m^2}$
- Momento de la carga constante: **Mc=Mo/2**





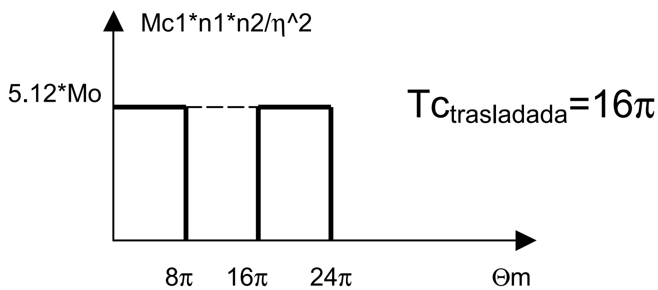
Solución:

El momento de la carga equivalente, reducida el eje del motor será:

$$Mceq(\theta m) = \frac{n1 \cdot n2}{\eta^2} \cdot Mc1\left(\frac{\theta c1}{n1 \cdot n2}\right) + \frac{n1 \cdot n3}{\eta^2} \cdot Mc2\left(\frac{\theta c2}{n1 \cdot n3}\right)$$

Trasladando la carga 1 al eje del motor obtenemos:

Mc1=n1*n2*Mc1/η^2	5.12*Mo	0	5.12*Mo
θm=θc1/n1*n2	[0,8π]	[8π,16π]	[16π,24π]



Tsistema=16π

El momento del motor equivalente es: $Mmeq = \frac{1}{16\pi} \cdot \left[(400 + 200 + 400 + 200) \cdot 2\pi \cdot 2\right] = 300 N \cdot m$

El momento de la carga equivalente es: $Mceq = \left[\frac{1}{16 \cdot \pi} \cdot (5.12 \cdot Mo) \cdot 8 \cdot \pi\right] + \frac{1}{16 \cdot \pi} \cdot \frac{Mo}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{0.8^2} \cdot 16\pi = 2.7 \cdot Mo$

Igualando los momentos equivalentes de la carga y del motor, obtenemos el valor de Mo:

$Mmeq = Mceq$ $\qquad$ $\boxed{Mo = 111.5 N \cdot m}$

La inercia equivalente del sistema en el eje del motor es la siguiente:

$$Ieq = Im + \frac{n1^2}{\eta} \cdot (Ii + Iv) + \frac{n1^2 \cdot n2^2}{\eta^2} \cdot Ic1 + \frac{n1^2 \cdot n3^2}{\eta^2} \cdot Ic2$$

$\Delta Wmax := 1200 \cdot 2\pi$ $\qquad$ $\Delta Wmax = 7539.82$

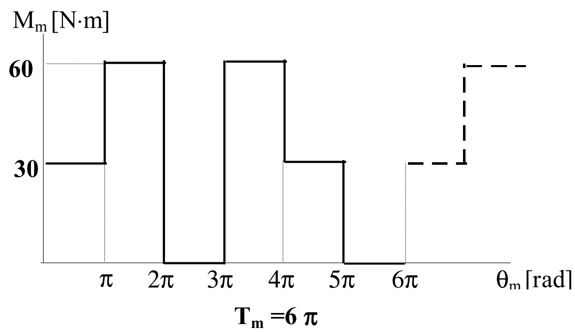
$Ieq = \frac{\Delta Wmax}{cf \cdot \omega^2}$ Entonces, despejando Iv tenemos: $Iv = 13.28\ kg \cdot m^2$

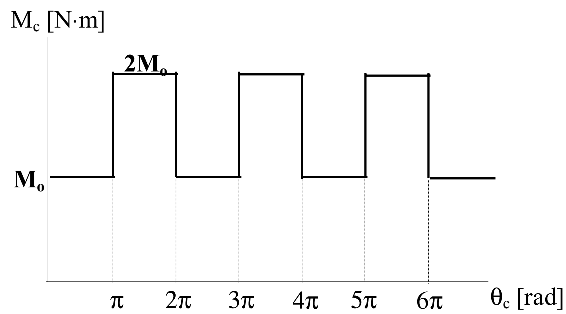
Problema 11

El sistema mecánico está formado por un motor (**M**) y una carga (**C**); siendo las inercias referidas a los ejes motriz y de carga, iguales a **Im** = **0.8 Kg·m^2** y **Ic = 4 Kg·m^2**, respectivamente.
Dichos ejes están vinculados mediante una transmisión conformada por par de engranajes (**n =1/3**, y **ε = 90%). Sabiendo que el sistema opera en régimen períodico,** se requiere:

a.- hallar el valor de **Mo en el eje de la carga y su valor equivalente en el eje del motor,** a partir de las curvas características del motor (**M$_m$**) y de la carga (**M$_c$**), ambas referidas a sus propios ejes, tal como se muestra.

b.-determinar si se requiere de un volante de inercia **colocado en el eje del motor** para que el **coef. de fluctuación de velocidades** sea **2%**, con una velocidad media **del motor** igual a **1000 rpm.** En caso de no ser necesario el volante, estime el coef. de fluctuación de velocidad que posee el sistema, considerando la misma velocidad media específicada.



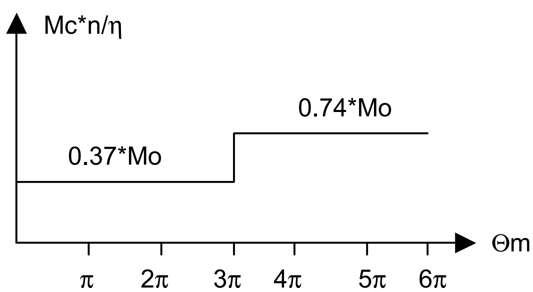


Solución**:**

El momento de la carga equivalente, reducida el eje del motor será: $\mathrm{Mceq}(\theta m) = \dfrac{n}{\eta}\cdot \mathrm{Mc}\left(\dfrac{\theta c}{n}\right)$

Trasladando la carga al eje del motor obtenemos:

θc	θm	Mceq
[0,π]	[0,3π]	0.37*Mo
[π,2π]	[3π,6π]	0.74*Mo



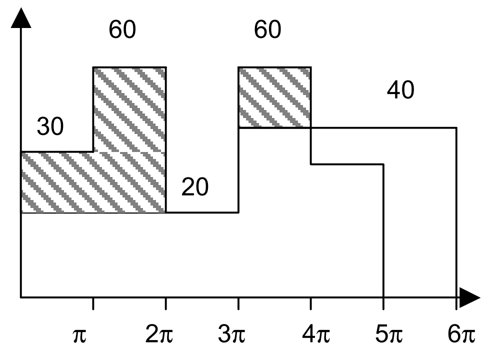
El momento del motor equivalente es: $\mathrm{Mmeq} = \dfrac{1}{30\pi}\cdot\left[(30 + 60 + 60 + 30)\pi\right] = 6\mathrm{N\cdot m}$

El momento de la carga equivalente es: $\mathrm{Mceq} = \left[\dfrac{1}{30\cdot\pi}\cdot(0.37\cdot\mathrm{Mo} + 0.74\,\mathrm{Mo})\right]\cdot 3\cdot\pi = 0.111\cdot\mathrm{Mo}$

Igualando los momentos equivalentes de la carga y del motor, obtenemos el valor de Mo:

$$Mmeq = Mceq \qquad \boxed{Mo = 54.05 N\cdot m}$$

La inercia equivalente del sistema en el eje del motor es la siguiente: $Ieq = Im + Iv + \frac{n^2}{\eta}\cdot Ic$



Sabemos que : $Ieq = \frac{\Delta Wmax}{cf\cdot\omega^2} = \frac{50\pi}{0.02\cdot\left(1000\frac{2\pi}{60}\right)^2} \qquad Ieq = 0.71$

Entonces, al igualar las dos expresiones para Ieq podemos despejar Iv :

$Iv = -0.57 < 0$ No se requiere volante de inercia

Calculemos ahora el coeficiente de fluctuación actual del sistema: $Cfactual = \frac{\Delta Wmax}{Ieqactual\cdot\omega^2}$

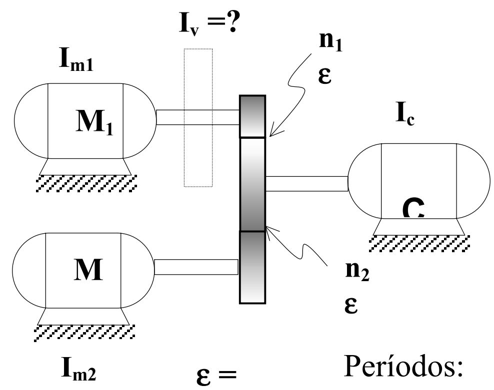
$$Ieqactual = Im + \frac{n^2}{\eta}\cdot Ic \qquad \boxed{Ieqactual = 1.293 kg\cdot m^2}$$

$$Cfactual = \frac{50\pi}{1.293\cdot\left(1000\frac{2\pi}{60}\right)^2} \qquad Cf = 0.011 \qquad \boxed{Cfactual = 1.1\%}$$

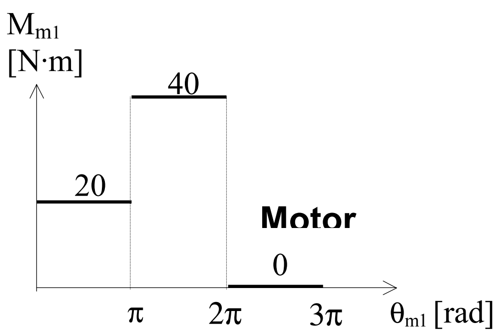
Problema 12:

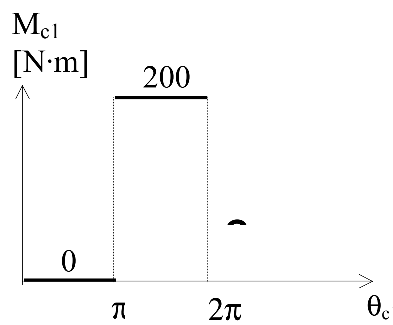
En la figura se muestra un sistema mecánico constituído por dos motores M_1 y M_2, de inercias I_{m1} = 2 Kg·m^2 y I_{m2} = 1 Kg·m^2, respectivamente, una carga C cuya inercia corresponde a I_c = 1.5 Kg·m^2 y dos reductores ideales de n_1 = 1/3 y n_2 = 1/2. Considerando que el sistema debe operar en régimen periódico y a una velocidad promedio para el motor 1 (M_1) igual a 750 RPM, determine:

a. El valor del par constante M_{m2} (referido a su propio eje) que suministra el motor 2 para garantizar que el sistema opere en régimen periódico.
b. Determine si se requiere un volante de inercia, solidario al eje del motor 1, para satisfacer un coeficiente de fluctuación máximo de velocidades igual a 0.2 %. Justifique su respuesta.



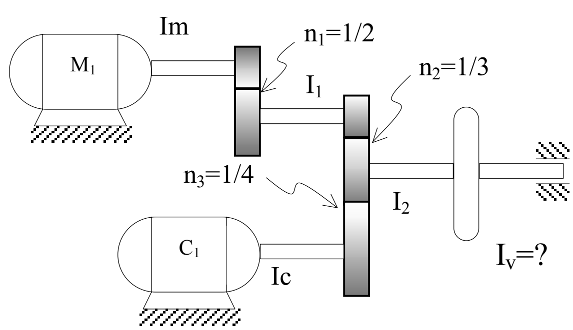
Períodos:
Motor 1: 3π
Carga: 2π





Problema 13:

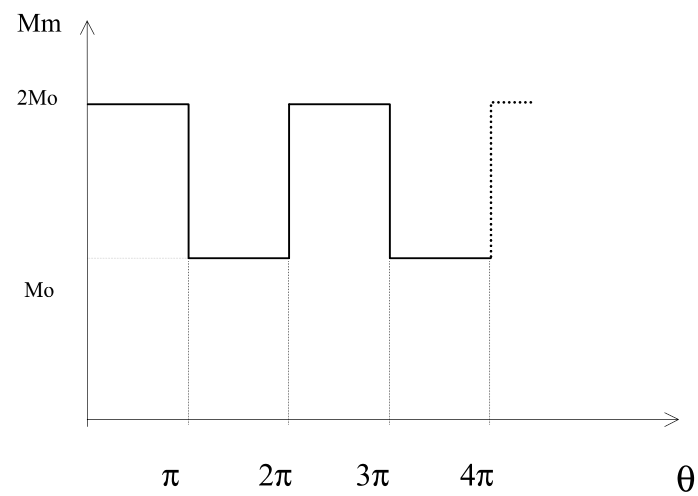
El sistema de la figura está formado por un motor (M), cuya curva característica, referida a su propio eje, se ilustra en la gráfica anexa. El motor acciona una carga (C), de par constante Mc mediante un tren de engranaje compuesto. Sabiendo que el sistema opera en régimen periódico, y que la velocidad media del motor es $\overline{\omega}_m = 1000$ RPM determine:



a. el valor del par resistente Mc,

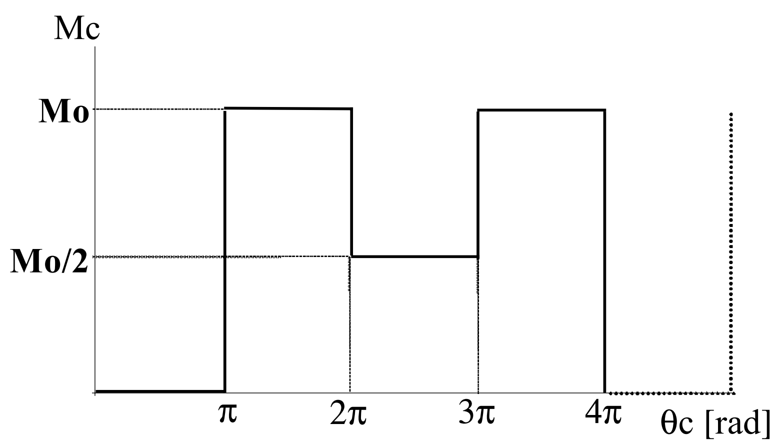
b. la inercia mínima del volante Iv (ver figura) para que el coeficiente máximo de fluctuación de velocidades sea del orden del 5%. En caso de no ser necesaria Iv, estime el coeficiente máximo de fluctuación de velocidades del sistema.

Los datos corresponden a:
- I_m = 0.3 Kg·m^2
- I_1 = 0.3 Kg·m^2
- I_2 = 0.3 Kg·m^2
- I_c = 0.9 Kg·m^2
- Mo = 100 N·m
- eficiencia de todos los pares de engranajes: 90 %



Problema 14

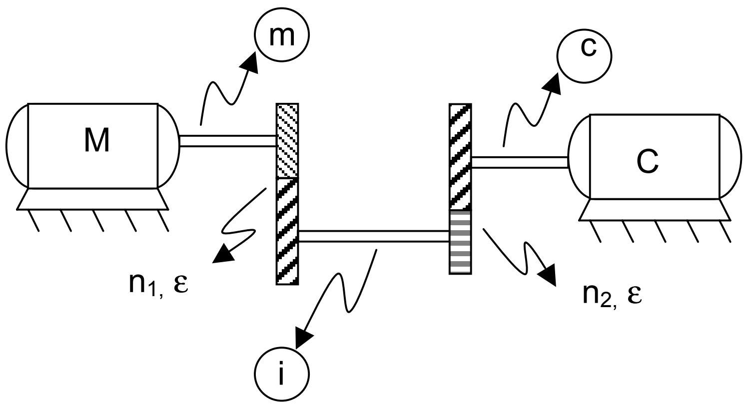
Determine la inercia del volante acoplado al conjunto motor - carga, necesaria para restringir la fluctuación de velocidades a un coeficiente Cf_{max} = 1%, tal que la velocidad media del motor sea igual a 1000 RPM. Los datos del sistema corresponden a:
- Im = Ic = 0.5 Kg·m^2
- Par motor constante: igual a par medio del motor.
- $M_m(\theta_m) = \overline{M}_m$
- Mo = 80 N·m



período de la carga: 4π

Problema 15

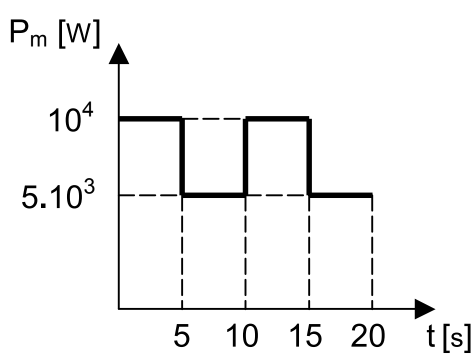
El motor mostrado en la figura debe accionar una carga mediante un tren de engranajes, tal como se ilustra. Sabiendo que el sistema **debe operar en régimen periódico**, determine si se requiere colocar un volante de inercia en el eje intermedio para satisfacer un coeficiente de fluctuación de velocidad **C_f=1%**, considerando una **velocidad promedio del motor igual a 1000 RPM**. En caso de no ser necesario el volante de inercia. Estime el C_f del sistema



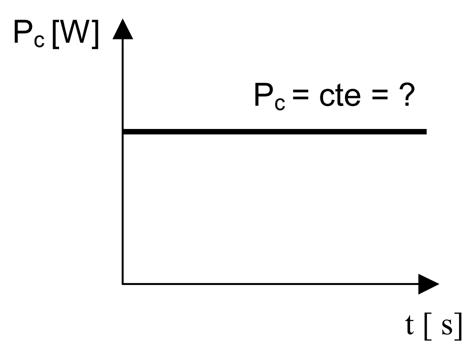
Datos:

n_1= 1/2 Im= 0.2 Kg.m2
n_2= 1/3 Ii= 0.1 Kg.m2
ε= 90% Ic= 0.3 Kg.m2

Potencia del motor referida a su eje



Potencia de la carga referida a su eje



4._**Embragues**:

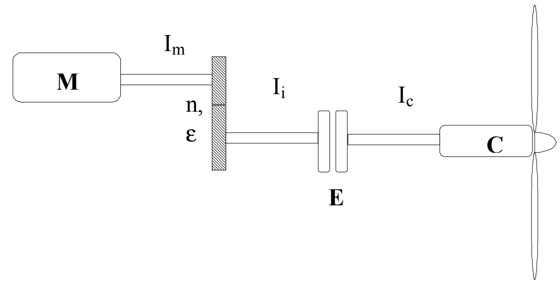
Problema 16

En el sistema indicado el motor (M) se enciende para el instante t = 0 s., con el embrague desacoplado y la carga (C) en reposo. Una vez que dicho motor ha alcanzado el 95% de su velocidad de vacío, se acopla el embrague con la finalidad de accionar la carga mostrada. Se requiere determinar:

a) velocidad de régimen del motor, luego de acoplado el embrague.

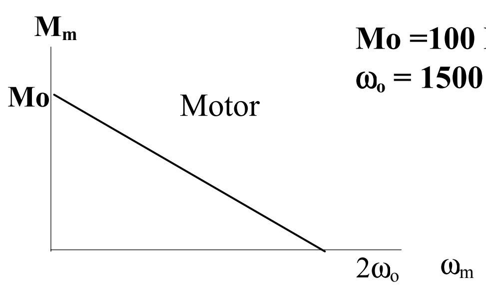
b) tiempo necesario para que el motor alcance una velocidad ω en un entorno de $\pm$ 1% de la velocidad de régimen.

c. potencia consumida por la carga en condición de régimen (en KW.)

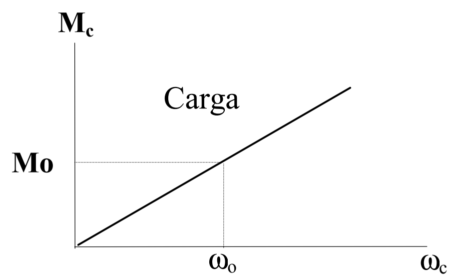


Datos

- relación de transmisión. :n= 1/2
- eficiencia: ε = 90%
- inercia motor: Im = 3 Kg·m^2
- inercia eje intermedio. :I_i = 0.1 Kg·m^2
- inercia carga: Ic = 2 Kg·m^2
- embrague: Me_{max} = 100 N·m



Mo =100 N·m
ω_o = 1500



<u>Solución</u>:

De las curvas se sabe que la velocidad de vacío del motor es $2\omega o$, entonces la velocidad del motor para el momento del acople será:

$$\omega macople = 2850 RPM$$

y por la relación de transmisión, la velocidad de giro del eje intermedio (eje de entrada del embrague) es:

$$\omega iacople = 1425 RPM$$

El momento del motor en función del ω del motor es:

$$Mm(\omega m) = Mo - \frac{Mo}{2 \cdot \omega o} \cdot \omega m$$

El momento de la carga en función del ω de la carga es:

$$Mc(\omega c) = \frac{Mo}{\omega o} \cdot \omega c$$

a) Cálculo de la velocidad de régimen del motor luego de acoplada la carga:

El momento equivalente del motor trasladado al eje intermedio (eje de entrada del embrague) será:

$$\mathrm{Mmeq}(\omega i) = \frac{\eta}{n}\cdot \mathrm{Mm}\left(\frac{\omega i}{n}\right) = \frac{\eta}{n}\cdot\left(\mathrm{Mo} - \frac{\mathrm{Mo}}{\omega o}\cdot \omega i\right) \qquad \boxed{\mathrm{Mmeq}(\omega i) = 180 - 0.12\cdot\omega i} \qquad (\omega \text{ en RPM})$$

El momento equivalente de la carga trasladado al eje intermedio (eje de entrada del embrague) será:

$$\mathrm{Mceq}(\omega i) = \mathrm{Mc}(\omega i) = \frac{\mathrm{Mo}}{\omega o}\cdot \omega i \qquad \boxed{\mathrm{Mceq}(\omega i) = 0.066\,\omega i} \qquad (\omega \text{ en RPM})$$

La inercia equivalente del sistema en el eje intermedio, viene dada por la siguiente expresión:

$$\mathrm{Ieq} = \frac{\eta}{n^2}\cdot \mathrm{Im} + \mathrm{Ii} + \mathrm{Ic} \qquad \boxed{\mathrm{Ieq} = 12.9\,\mathrm{kg}\cdot \mathrm{m}^2}$$

En condición de operación Mmeq=Mceq, de allí se obtiene el valor de □operación del eje intermedio:

$$\mathrm{Mmeq}(\omega i) = \mathrm{Mceq}(\omega i) \qquad 180 - 0.12\,\omega iop = 0.066\,\omega iop \qquad \boxed{\omega iop = 967.742\,\mathrm{RPM}}$$

La velocidad de giro del motor en condición de operación luego de acoplado el embrague es:

$$\omega mop = \frac{\omega iop}{n} \qquad \boxed{\omega mop = 1935\,\mathrm{RPM}}$$

Veamos si el embrague desliza, evaluando el momento de la carga en la velocidad de operación de su eje obtenemos:

$$\mathrm{Mc}(\omega iop) = (63.87\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}) < 100\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m} = \mathrm{Memax}$$ <u>No desliza</u>

b) Para calcular el tiempo que le toma al sistema alcanzar el 1% de su velocidad de régimen, debemos considerar varias condiciones por las cuales atraviesa el sistema:

$\Delta t1$ tiempo que le toma al sistema alcanzar 95% de su velocidad de vacío, tiempo antes del acople:

$$Ieq := \frac{\eta}{n^2} \cdot Im + Ii$$

$$Ieq = 10.9\ kg \cdot m^2$$

$$\Delta t1 = \frac{2\pi}{60}\cdot Ieq\cdot\int_{0}^{\omega iacople}\frac{1}{Mmeq(\omega i)}\,d\omega i \qquad \Delta t1 := \frac{2\pi}{60}\cdot 10.9\cdot\int_{0}^{1425}\frac{1}{180-0.12\cdot\omega i}\,d\omega i$$

$$\boxed{\Delta t1 = 28.49\ s}$$

Luego, para calcular la ω de deslizamiento tenemos:

$$\Delta td = \int_{to}^{td} 1\,dt = \frac{2\pi}{60}\cdot Ieq\cdot\int_{\omega iacople}^{\omega d}\frac{1}{Mmeq(\omega i) - Memax}\,d\omega i$$

$$\Delta td = \int_{to}^{td} 1\,dt = \frac{2\pi}{60}\cdot Ic\cdot\int_{0}^{\omega d}\frac{1}{Memax - Mc(\omega e)}\,d\omega e$$

Al igualar ambas expresiones y realizando las operaciones correspondientes, se obtiene ωdeslizamiento

$$\frac{2\pi}{60}\cdot 12.9\cdot\int_{1425}^{\omega d}\frac{1}{180-0.12\cdot\omega e - 100}\,d\omega e = \frac{2\pi}{60}\cdot 2\cdot\int_{0}^{\omega d}\frac{1}{100-0.066\,\omega e}\,d\omega e \qquad \omega ides = 1167.46\ RPM$$

Entonces, las ω de deslizamiento del motor y del eje intermedio son:

$\boxed{\omega mdes = 2335\ RPM}$ eje del motor $\boxed{\omega ides = 1167.46\ RPM}$ eje intermedio

Δt2 tiempo que le toma al sistema ir de su velocidad de acople a la ω de deslizamiento:

$$\Delta t2 = \frac{2\pi}{60}\cdot Ieq\cdot\int_{\omega iacople}^{\omega ides}\frac{1}{Mmeq(\omega i) - Memax}\,d\omega i \qquad \Delta t2 := \frac{2\pi}{60}\cdot 12.9\cdot\int_{1425}^{1167.68}\frac{1}{180-0.12\cdot\omega i - 100}\,d\omega i$$

$$\boxed{\Delta t2 = 4.66\ s}$$

Δt3 tiempo que le toma al sistema acoplado ir de ω de deslizamiento al +1% de su velocidad de régimen:

$$\Delta t3 = \frac{2\pi}{60}\cdot Ieq\cdot\int_{\omega ides}^{\omega iop\cdot 0.01}\frac{1}{Mmeq(\omega i) - Mceq(\omega i)}\,d\omega i \qquad \Delta t3 := \frac{2\pi}{60}\cdot 12.9\cdot\int_{1167.68}^{1.01\cdot 967.742}\frac{1}{180-0.12\cdot\omega i - 0.066\,\omega i}\,d\omega i$$

$\boxed{\Delta t3 = 21.99\ s}$

Por último, el tiempo que le toma al motor llegar al +/- 1% de su velocidad de operación es:

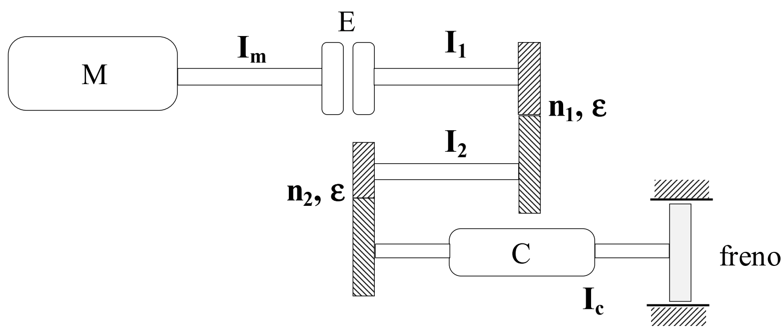
$\Delta t := \Delta t1 + \Delta t2 + \Delta t3$ $\boxed{\Delta t = 55.15\ s}$

c) Cálculo de la potencia consumida por la carga en condición de régimen

$Pcop = (Mc(\omega iop))\cdot \omega iop$ $Pcop = \left(63.87\cdot 967.74\cdot \frac{2\cdot\pi}{60}\right) = 6470.54W$ $\boxed{Pc = 6.47kW}$

Problema 17

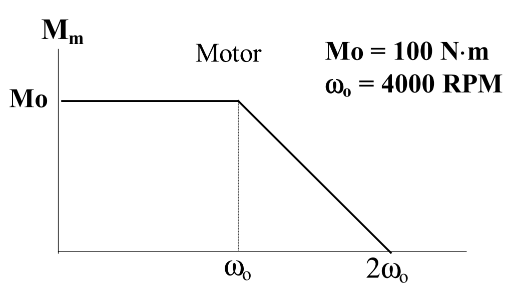
El sistema mecánico mostrado está formado por: un motor (M), un embrague de fricción (E), un tren de engranajes, una carga (C) y un freno (F). La operación del sistema se inicia con el embrague y freno desacoplados (carga en reposo).

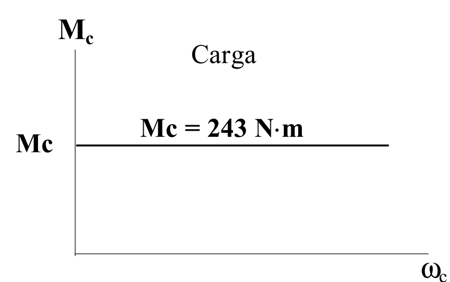


El motor se enciende, y luego de un tiempo suficiente para que el motor alcance su velocidad de vacío, se acopla el embrague. Se requiere determinar:
a. Velocidad de operación del motor.
b. Lapso de tiempo requerido desde el inicio del acoplamiento del embrague hasta que la velocidad del sistema se encuentra dentro de un entorno de ±5 % de la velocidad de régimen.
c. Estando el sistema en régimen se aplica un par frenante, a través del freno ilustrado, constante e igual a M_f = 243 N·m. Determine si el embrague desliza o no al aplicar el par frenante indicado
c.1. en caso de que no deslice estime la nueva velocidad de operación del sistema luego de aplicar el par frenante
d. Asumiendo que el embrague desliza estime el par frenante requerido para detener el conjunto tren de engranajes y carga en un lapso de 10 segundos. Bajo esta misma condición (es decir de deslizamiento en el embrague) calcule la velocidad de operación para el conjunto motor -embrague.

Datos y curvas características:

$n_1 = 1/2$
$n_2 = 1/3$
$\varepsilon = 0.9$
$I_m = I_1 = I_2 = 0.5\ Kg\cdot m^2$
$I_c = 2\ Kg\cdot m^2$
Par máximo transmitido por el embrague: $Me_{max} = 75$ N·m





SOLUCIÓN:

De las curvas se sabe que la velocidad de vacío del motor es $2\omega o$ $\omega mvacio = 8000\,RPM$

El momento del motor en función del ω del motor es: $Mm(\omega m) = \frac{Mo}{\omega o}\cdot(2\cdot\omega o - \omega m)$

El momento de la carga en función del ω de la carga es: $Mc(\omega c) = 243$

a) Cálculo de la velocidad de régimen del motor luego de acoplada la carga:

El momento equivalente del motor en su propio eje será:

$$Mm(\omega m) = \frac{Mo}{\omega o}\cdot(2\cdot\omega o - \omega m) \qquad \boxed{Mmeq(\omega m) = 200 - 0.025\,\omega m} \qquad (\omega \text{ en RPM})$$

El momento equivalente de la carga trasladado al eje del motor será:

$$Mceq(\omega m) = Mc\cdot\frac{n1\cdot n2}{\eta^2} = 243\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{0.9^2} \qquad \boxed{Mceq(\omega m) = 50} \qquad (\omega \text{ en RPM})$$

La inercia equivalente del sistema en el eje del motor, viene dada por la siguiente expresión:

$$Ieq := Im + I1 + \frac{n1^2}{\eta}\cdot I2 + \frac{n1^2\cdot n2^2}{\eta^2}\cdot Ic \qquad \boxed{Ieq = 1.207\,kg\cdot m^2}$$

En condición de operación Mmeq=Mceq, de allí se obtiene el valor de ωoperación del motor

$$Mmeq(\omega m) = Mceq(\omega m) \qquad 200 - 0.025\cdot\omega m = 50 \qquad \boxed{\omega mop = 6000\,RPM}$$

b) Para calcular el tiempo que le toma al sistema alcanzar el +/-5% de su velocidad de régimen desde el inicio del acoplamiento, debemos considerar varias condiciones por las cuales atraviesa el sistema:

Para calcular la ω de deslizamiento tenemos:

$$\Delta td = \int_{to}^{td} 1\,dt = \frac{2\pi}{60}\cdot Im\cdot\int_{\omega mvacio}^{\omega d} \frac{1}{Mmeq(\omega m) - Memax}\,d\omega m$$

$$\Delta td = \int_{to}^{td} 1\, dt = \frac{2\pi}{60}\cdot Ieq(eje1)\cdot \int_{0}^{\omega d} \frac{1}{Memax - Mc(\omega m)}\, d\omega m$$

Al igualar ambas expresiones y realizando las operaciones correspondientes, se obtiene ωdeslizamiento

$$\frac{2\pi}{60}\cdot 0.5\cdot \int_{0.95\cdot 8000}^{\omega d} \frac{1}{200 - 0.025\,\omega m - 75}\, d\omega m = \frac{2\pi}{60}\cdot 0.707\cdot \int_{0}^{\omega d} \frac{1}{75-50}\, d\omega m \qquad \boxed{\omega mdes \;=\; 5000\,RPM}$$

Δtd tiempo que le toma al sistema ir de su velocidad de acople a la ω de deslizamiento:

$$\Delta td = \frac{2\pi}{60}\cdot Ieq(eje1)\cdot \int_{0}^{\omega mdes} \frac{1}{Memax - Mceq(\omega m)}\, d\omega m$$

$$\Delta td := \frac{2\pi}{60}\cdot 0.707\cdot \int_{0}^{5000} \frac{1}{25}\, d\omega i \qquad \boxed{\Delta\, t2 \;=\; 14.8\ s}$$

Δt1 tiempo que le toma al sistema acoplado ir de ω de deslizamiento al 95% de su velocidad de régimen:

$$\Delta t1 = \frac{2\pi}{60}\cdot Ieq\cdot \int_{\omega mdes}^{\omega mop\cdot 0.95} \frac{1}{Mmeq(\omega i) - Mceq(\omega i)}\, d\omega i$$

$$\Delta t1 := \frac{2\pi}{60}\cdot 1.207\cdot \int_{5000}^{0.95\cdot 6000} \frac{1}{200 - 0.025\,\omega m - 50}\, d\omega m \qquad \boxed{\Delta t1 \;=\; 6.08\,s}$$

Por último, el tiempo que le toma al motor llegar al +/- 1% de su velocidad de operación es:

$$\Delta t := \Delta t1 + \Delta td \qquad \boxed{\Delta t \;=\; 20.89\,s}$$

c) Al aplicar un par frenante de Mf=243Nm, desliza o no el sistema:

Al expresar el par Mf en el eje del motor obtenemos: $Mf(\omega m) = \frac{n1\cdot n2}{\eta^{2}}\cdot Mf \qquad Mf(\omega m) \;=\; 50$

Entonces, para calcular el momento del embrague con el par frenante aplicado tenemos la siguiente expresión:

$$\frac{\text{Mmeq}(\omega\text{mop}) - \text{Me}}{\text{Im}} = \frac{\text{Me} - \text{Mc}(\omega\text{mop}) - \text{Mf}(\omega\text{mop})}{\text{Ieq(eje1)}}$$

$$\frac{200 - 0.025\cdot(6000) - \text{Me}}{0.5} = \frac{\text{Me} - 50 - 50}{0.707} \qquad \boxed{\text{Me} := 70.713\,\text{N}\cdot\text{m}} \qquad \text{Me} < \text{Memax} \qquad \underline{\text{no desliza}}$$

c.1) La nueva velocidad de operación luego de aplicar el par frenante

$$\text{Mmeq}(\omega\text{m}) = \text{Mceq}(\omega\text{m}) + \text{Mf}(\omega\text{m})$$

$$200 - 0.025\cdot\omega\text{op} = 50 + 50 \qquad \boxed{\omega\text{op} = 4000\,\text{RPM}}$$

d) El par frenante requerido para detener la carga en un lapso de 10 segundos

$$\Delta t = 10 = \frac{2\pi}{60}\cdot\text{Iceq}\cdot\int_{\omega\text{mop}}^{0.01} \frac{1}{\text{Memax} - \text{Mc}(\omega\text{m}) - \text{Mfr}}\, d\omega\text{m}$$

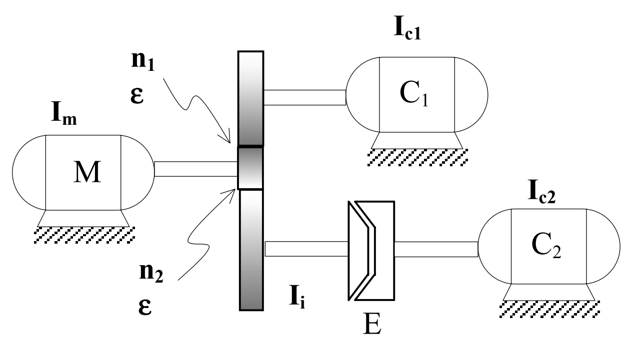
$$10 = \frac{2\pi}{60}\cdot 0.707\cdot\int_{6000}^{0.01\cdot 6000} \frac{1}{75 - 50 - \text{Mfr}}\, d\omega\text{m} \qquad \boxed{\text{Mfr} = 69\,\text{N}\cdot\text{m}}$$

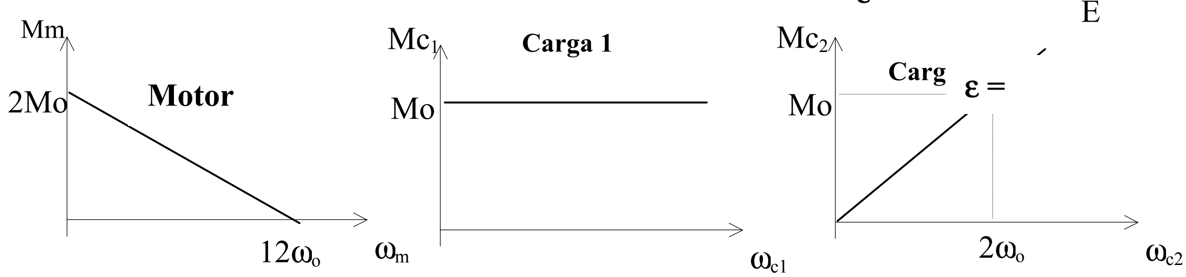
Problema 18

El sistema de la figura está formado por un motor (M), y dos cargas (C_1 y C_2). La potencia del motor es transferida a través de los siguientes elementos: dos transmisiones de engranajes (n_1= 1/2, n_2 = 1/3, y ε = 100%) y un embrague cónico de fricción, de máxima capacidad M_e^{MAX}= Mo . Las curvas características de cada máquina son dadas respecto a sus propios ejes.

Para los siguientes datos:

- $I_m = 2$ Kg·m^2 - Mo=55 N.m
- $I_{c1} = 4$ Kg·m^2 - I_i=1 Kg.m^2
- $I_{c2} = 6$ Kg·m^2 - ω_o=1600RPM





Se requiere:

a. Determinar y justificar si existirá deslizamiento en el arranque, considerando el embrague acoplado.

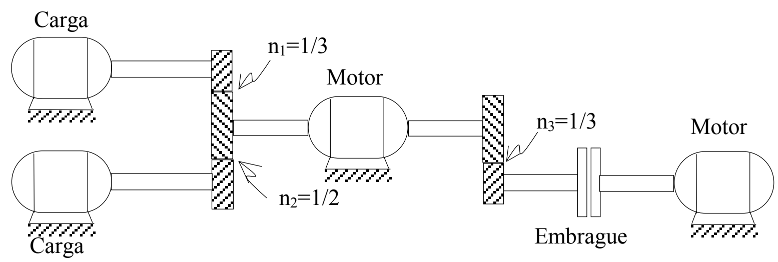
b. ¿Es el embrague capaz de accionar la carga C_2 en condición de operación?. Justifique su respuesta.

Problema 19

En la figura se muestra un accionamiento constituido por:

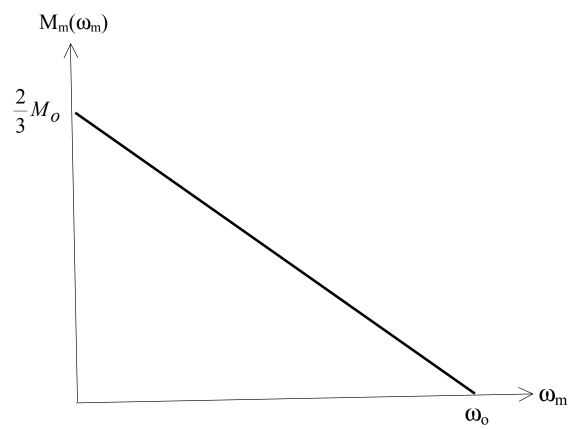
- Dos motores idénticos, de inercia polar cada uno igual a: $2I_o$, y curva característica según se ilustra en la gráfica anexa.
- Dos cargas idénticas, de inercia polar cada una igual a I_o. Cada carga demanda un par constante y conocido igual a M_o
- Tres transmisiones ideales por engranajes, cuyas relaciones se especifican en la figura.
- Un embrague de fricción, con capacidad de carga conocida igual a $0.1M_o$.

Se pide:



a. Describir el comportamiento inicial del accionamiento, considerando que el sistema se arranca con el embrague acoplado. Justifique claramente su respuesta.

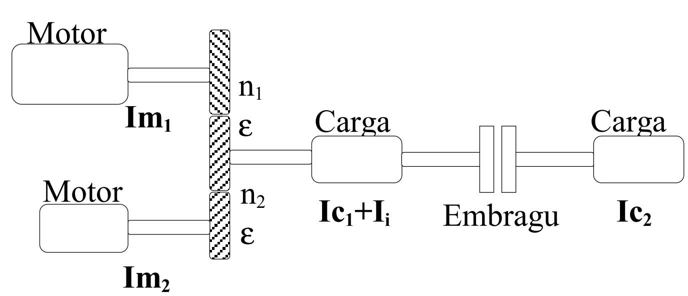
b.1 Si su respuesta en a. es que el accionamiento desliza inicialmente, considere que se propone como correctivo para evitar tal deslizamiento, añadir inercia en el lado motriz del sistema. ¿Considera usted apropiada esta solución? Justifique su respuesta, calculando para ello cual debe ser el valor mínimo de la inercia añadida que debe tener un volante colocado en el lado motriz.

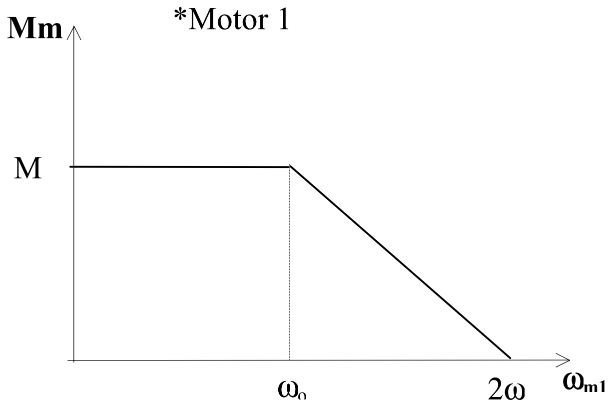


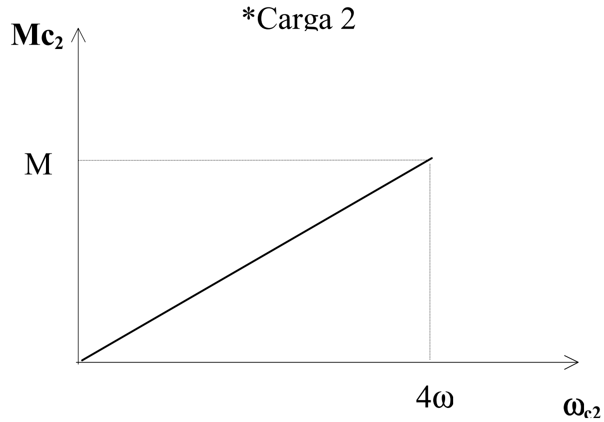
b.2 En caso de el accionamiento no deslice inicialmente estime el tiempo que le toma al sistema en alcanzar su condición de régimen estacionario (en este caso asuma una aproximación igual a 95%).

Problema 20

En el sistema ilustrado, que inicialmente se encuentra en reposo, ambos motores accionan la carga 1. Transcurrido un lapso de tiempo en el cual el conjunto Motor 1 - Motor 2 - Carga 1 se encuentra en régimen se acopla la Carga 2, inicialmente en reposo, mediante un embrague tal como se ilustra en la figura. Se requiere determinar el lapso de tiempo que emplea el sistema, luego de acoplar la carga 2, para alcanzar un 95% de su velocidad de régimen.







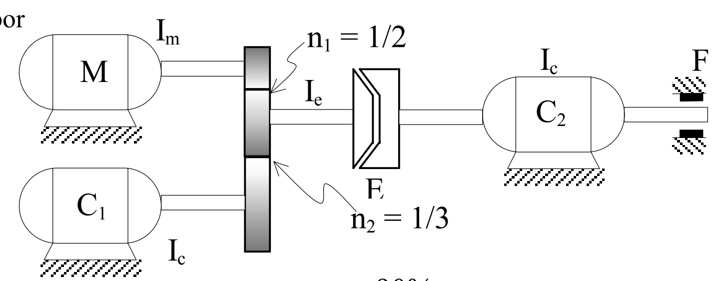
*curvas características referidas a sus ejes

Datos:

- Mo = 25 N·m **- Ic_1= 1 Kg·m^2**
- ω_o = 1000 RPM **- Ii= 2 Kg·m^2**
- Mm_2=ctte=5 N·m **- Ic2= 3 Kg·m^2**
- Mc_1 = ctte = 25 N·m **- n_1= 1/2**
- M_{emax} = 125 N·m **- n_2= 1/3**
- Im_1= 1 Kg·m^2 **- ε = 0.9**
- Im_2= 0.5 Kg·m^2

Problema 21

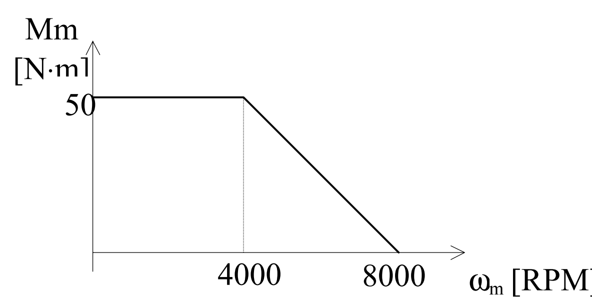
El sistema mecánico mostrado en la figura está formado por un motor (M), dos cargas (C_1 y C_2), un embrague de fricción (E) y un freno (F). El sistema inicialmente se encuentra en reposo, y su funcionamiento está regido por las siguientes etapas:



a. Se enciende el motor M con el embrague desacoplado (carga C_2 en reposo y freno F sin accionar).
b. Cuando el motor M alcanza su velocidad de régimen se acciona el embrague para transmitir un par motriz a la carga C_2 (freno F sin accionar).

Se requiere determinar:

a. Velocidad de régimen del sistema con el embrague acoplado.
b. El lapso de tiempo que transcurre desde el accionamiento del embrague hasta que el sistema alcanza un 99% de su velocidad de régimen.
c. Si se desacopla el embrague estando el sistema en régimen, estime la magnitud del par frenante M_f (constante), requerido para detener la carga C_2 en un lapso



de 1 segundo. Considere que el freno se acciona automáticamente, cuando la velocidad de régimen de la carga C_2 disminuye un 10 %, luego de desacoplar el embrague.

Las curvas características del motor y las cargas están dadas en las gráficas anexas, y están referidas a sus propios ejes.

Las inercias señaladas en la figura corresponden a:

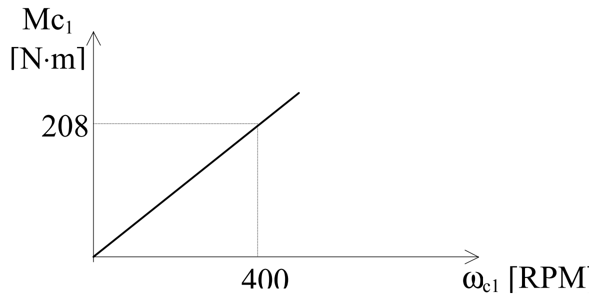
$I_m = 0.2$ Kg·m^2

$I_e = 0.1$ Kg·m^2

$I_{c1} = 0.1$ Kg·m^2

$I_{c2} = 0.1$ Kg·m^2

Considere que la eficiencia de los pares de engranajes es igual a 90 %, y que el máximo par transmitido por el embrague corresponde a 40 N·m.



Problema 22

Para el sistema mostrado en la figura, se requiere **seleccionar uno** de dos embragues de fricción disponibles, cuyas máximas capacidades corresponden a: **20 N.m y 30 N.m**. **Seleccione y justifique** el embrague que usted considere más conveniente para que el sistema sea accionado.

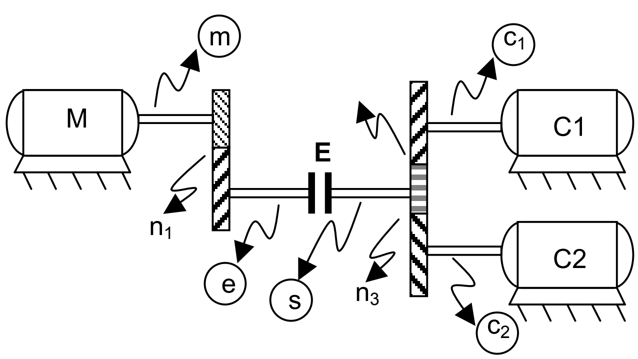
Una vez seleccionado el embrague para el sistema se requiere:

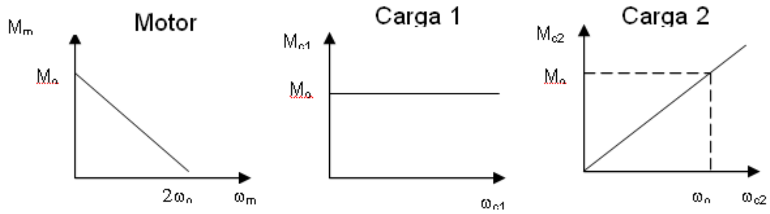
a) Si el motor inicia su operación con el **embrague desacoplado**, determine la **potencia entregada** por el motor (en KW) en condición de régimen y estimar **el tiempo** que le toma al sistema alcanzar dicha condición desde que se acopla el embrague, sabiendo que el acoplamiento se realiza cuando el motor está operando con una velocidad igual a la de vacío.

b) Si el accionamiento se inicia con el embrague acoplado, explique que le sucede al sistema durante la fase de arranque.

Datos:

Mo= 60 N.m	n_1=1/2	Im= 1 Kg.m^2	Ic_1= 2 Kg.m^2
ωo= 1000 RPM	n_2=1/3	Ie= 0.25 Kg.m^2	Ic_2= 2 Kg.m^2
ε= 90%	n_3=1/3	Is= 0.25 Kg.m^2	





Motor
Carga 1
Carga 2
Mm
Mo
2ωo
ωm
Mc1
Mo
ωc1
Mc2
Mo
ωo
ωc2